

Masterarbeit

Statistische Analyse kohärenter
Strömungsstrukturen in
experimentell untersuchter turbulenter
Mischkonvektion mit diskreten Quellen
konstanter Wärmeleistung

vorgelegt von

Bermann Maria Eugène Steinmacher

aus Hünfeld

Erstgutachter: Prof. Dr. Dr. Andreas Dillmann

Zweitgutachter: Prof. Dr. Andreas Tilgner

Betreuung: Dr. Andreas Westhoff

Abgabedatum: 18. Mai 2020



GEORG-AUGUST-UNIVERSITÄT
GÖTTINGEN



Deutsches Zentrum
DLR für Luft- und Raumfahrt

Danksagung

An dieser Stelle möchte ich mich gerne bei allen bedanken, die zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben. Unterstützung in der Planung und im Aufbau des Experiments habe ich von Mitarbeitern der Abteilung Bodengebundene Fahrzeuge am Institut für Aerodynamik und Strömungstechnik (DLR) erhalten. Besonders hervorzuheben sind André Volkmann, Felix Werner und Gerrit Heine. Ihnen danke ich, dass sie mir bei Fragen und Problemen jederzeit hilfreich zur Seite standen. Ein weiterer Dank geht an Prof. Dr. Claus Wagner, Leiter der Abteilung Bodengebundene Fahrzeuge am Institut für Aerodynamik und Strömungstechnik (DLR). Er hat mir stets Freiräume in Hinblick auf die Gestaltung meines Arbeitsrhythmus gewährt, was meiner Produktivität zugute kam. Besonderer Dank gilt meinem Betreuer Dr. Andreas Westhoff, wissenschaftlicher Mitarbeiter in der Abteilung Bodengebundene Fahrzeuge am Institut für Aerodynamik und Strömungstechnik (DLR). Dank seiner fachlichen und experimentellen Expertise konnte ich mich in allen Fragen an ihn wenden. Aus den Gesprächen mit ihm habe ich viel Wissen und Motivation mitgenommen. Abschließend bedanke ich mich bei Prof. Dr. Dr. Andreas Dillmann, Leiter des Instituts für Aerodynamik und Strömungstechnik (DLR), sowie Prof. Dr. Andreas Tilgner, Leiter des Instituts für Geophysik der Universität Göttingen, für die freundliche Übernahme des Gutachtens.

Inhaltsverzeichnis

Nomenklatur	ix
1. Motivation	1
2. Konvektive Strömungen	7
2.1. Physikalische Grundlagen	7
2.2. Dimensionsanalyse und Kennzahlen	10
3. Experimentelle Umsetzung	17
3.1. Aufbau und Konfiguration	17
3.2. Messung des Geschwindigkeitsfeldes	20
4. Analyse großskaliger Strukturen	25
4.1. Wirbeldetektionsalgorithmus	25
4.2. Proper Orthogonal Decomposition	27
5. Auswertung	33
5.1. Interpolationsalgorithmus	33
5.2. Randbedingungen und Kennzahlen	37
5.3. Mittlere Geschwindigkeitsfelder und Fluktuationen	40
5.4. Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen der Geschwindigkeiten	46
5.5. Proper Orthogonal Decomposition	51
5.5.1. Eigenwertspektrum der POD	51
5.5.2. Topologie der kohärenten Strukturen	54
5.5.3. Dynamik der kohärenten Strukturen	58
5.5.4. Einfluss der Dynamik kohärenter Strukturen auf den Wär- metransport	62
5.6. Großskalige Rollenstrukturen	67

5.7. Skalenverhalten und Wärmetransport	69
6. Zusammenfassung	79
A. Mittlere Geschwindigkeitsfelder und Fluktuationen	83
B. Geschwindigkeitsverteilungen	89
C. Dynamik der kohärenten Strukturen	93

Abbildungsverzeichnis

1.1. Konvektion innerhalb der innertropischen Konvergenzzone	2
3.1. Schematische Darstellung der Flugzeugkabine	18
3.2. Schematische Darstellung des Aufbaus zur Einkopplung der Licht- schnitte in die Testkonfiguration	22
4.1. Skizze zur Berechnung der skalaren Wirbelfunktion Γ	26
5.1. Instantane Geschwindigkeitsfelder des linken und rechten Sichtfeldes	34
5.2. Visuell ermittelte Unter- und Obergrenze für die optimale Anzahl überlappender Gitterpunkte	35
5.3. Auswertestatistik zur Bestimmung des optimalen Überlagerungs- wertes der Geschwindigkeitsfelder aus Sichtfeld 1 und 2 zwecks Bild- vereinigung	36
5.4. Zusammengefügtes Geschwindigkeitsvektorfeld in der Messebene $Z =$ $0,5 \times L$	37
5.5. Zeitlich gemittelte Geschwindigkeitsfelder bei konstanter Reynolds- zahl $Re = 1,39 \times 10^5$ und variabler Richardsonzahl	41
5.6. Visualisierung von thermisch induzierten Dichtegradienten und der hieraus resultierenden Auftriebsströmung	43
5.7. Normierte Fluktuationen der Geschwindigkeitskomponenten u und v sowie der Geschwindigkeitsmagnitude bei konstanter Reynolds- zahl $Re = 1,39 \times 10^5$ und variabler Richardsonzahl	45
5.8. Verteilungen der normalisierten Geschwindigkeitskomponenten für $Re = 1,39 \times 10^5$ und variable Richardsonzahl	48
5.9. Validierung der PDFs der v -Komponente für die Bereiche außerhalb und innerhalb der Wandstrahlen am Beispiel von $Ri = 3,87$	50

5.10. Eigenwertspektrum der ersten 70 Moden für unterschiedliche Richardsonzahlen	52
5.11. Kumuliertes Eigenwertspektrum der Moden für unterschiedliche Richardsonzahlen	53
5.12. Topologie und Energiedichte γ der ersten vier Moden für konstante Wärmeleistung $\dot{Q}_W = 75 \text{ W}$ als Funktion der Reynoldszahl	55
5.13. Topologie und Energiedichte γ der ersten vier Moden für konstante Wärmeleistung $\dot{Q}_W = 90 \text{ W}$ als Funktion der Reynoldszahl	57
5.14. Ausschnitt des Zeitentwicklungskoeffizienten der Mode 2 für $Ri = 7, 54$ und Auswirkung auf das Geschwindigkeitsfeld	59
5.15. Ausschnitt des Zeitentwicklungskoeffizienten der Mode 4 für $Ri = 7, 54$ und Auswirkung auf das Geschwindigkeitsfeld	60
5.16. Ausschnitte der Zeitentwicklungskoeffizienten der Moden 1 und 2 für $Ri = 8, 99$ und Auswirkung auf das Geschwindigkeitsfeld	61
5.17. Streudiagramme zwischen Entwicklungskoeffizient und Auslasstemperatur für $Ri = 7, 54$	63
5.18. Streudiagramme zwischen Entwicklungskoeffizient und Auslasstemperatur für $Ri = 8, 99$	65
5.19. PDFs der Position des Wirbelzentrums in horizontaler und vertikaler Richtung in der rechten Hälfte der Konvektionszelle bei konstanter Wärmeleistung $\dot{Q}_W = 75 \text{ W}$ und variabler Reynoldszahl	68
5.20. Normierte Standardabweichung der Geschwindigkeitskomponenten u und v in Abhängigkeit der Richardsonzahl	71
5.21. Nusselzahl als Funktion der Reynolds- und Grashofzahl	74
5.22. Strouhalzahl als Funktion der Reynolds- und Grashofzahl sowie als Funktion der Richardsonzahl	76
A.1. Zeitlich gemittelte Geschwindigkeitsfelder bei konstanter Reynoldszahl $Re = 1,25 \times 10^5$ und variabler Richardsonzahl	84
A.2. Zeitlich gemittelte Geschwindigkeitsfelder bei konstanter Reynoldszahl $Re = 1,59 \times 10^5$ und variabler Richardsonzahl	85

A.3. Normierte Fluktuationen der Geschwindigkeitskomponenten u und v sowie der Geschwindigkeitsmagnitude bei konstanter Reynoldszahl $Re = 1,25 \times 10^5$ und variabler Richardsonzahl	87
A.4. Normierte Fluktuationen der Geschwindigkeitskomponenten u und v sowie der Geschwindigkeitsmagnitude bei konstanter Reynoldszahl $Re = 1,59 \times 10^5$ und variabler Richardsonzahl	88
B.1. Verteilungen der normalisierten Geschwindigkeitskomponenten für $Re = 1,25 \times 10^5$ und variable Richardsonzahl	90
B.2. Verteilungen der normalisierten Geschwindigkeitskomponenten für $Re = 1,59 \times 10^5$ und variable Richardsonzahl	91
C.1. Ausschnitt des Zeitentwicklungskoeffizienten der Mode 3 für $Ri = 7,54$ und Auswirkung auf das Geschwindigkeitsfeld	94
C.2. Ausschnitt des Zeitentwicklungskoeffizienten der Mode 2 für $Ri = 5,78$ und Auswirkung auf das Geschwindigkeitsfeld	95
C.3. Ausschnitt des Zeitentwicklungskoeffizienten der Mode 3 für $Ri = 5,78$ und Auswirkung auf das Geschwindigkeitsfeld	96
C.4. Ausschnitt des Zeitentwicklungskoeffizienten der Mode 4 für $Ri = 5,78$ und Auswirkung auf das Geschwindigkeitsfeld	97
C.5. Ausschnitt des Zeitentwicklungskoeffizienten der Mode 2 für $Ri = 3,87$ und Auswirkung auf das Geschwindigkeitsfeld	98
C.6. Ausschnitt des Zeitentwicklungskoeffizienten der Mode 3 für $Ri = 3,87$ und Auswirkung auf das Geschwindigkeitsfeld	99
C.7. Ausschnitt des Zeitentwicklungskoeffizienten der Mode 4 für $Ri = 3,87$ und Auswirkung auf das Geschwindigkeitsfeld	100
C.8. Ausschnitt des Zeitentwicklungskoeffizienten der Mode 3 für $Ri = 8,99$ und Auswirkung auf das Geschwindigkeitsfeld	101
C.9. Ausschnitt des Zeitentwicklungskoeffizienten der Mode 4 für $Ri = 8,99$ und Auswirkung auf das Geschwindigkeitsfeld	102
C.10. Ausschnitt des Zeitentwicklungskoeffizienten der Mode 2 für $Ri = 6,83$ und Auswirkung auf das Geschwindigkeitsfeld	103
C.11. Ausschnitt des Zeitentwicklungskoeffizienten der Mode 3 für $Ri = 6,83$ und Auswirkung auf das Geschwindigkeitsfeld	104

C.12. Ausschnitt des Zeitentwicklungskoeffizienten der Mode 4 für $\mathcal{R}i =$ 6, 83 und Auswirkung auf das Geschwindigkeitsfeld	105
---	-----

Tabellenverzeichnis

2.1.	Physikalische Einflussgrößen konvektiver Strömungen	11
2.2.	Übersicht der dimensionslosen Kennzahlen zur Charakterisierung von Mischkonvektion mit Quellen konstanter Wärmeleistung sowie deren physikalische Interpretation	13
2.3.	Normierung zwischen dimensionslosen und dimensionsbehafteten Grö- ßen	14
3.1.	Übersicht geometrischer Parameter der Konvektionszelle	20
5.1.	Verarbeitungsparameter für die Berechnung der in die Querschnitt- sebene projizierten Geschwindigkeitsfelder der Kurz- und Langzeit- messungen in PIVView	33
5.2.	Volumenstrom, Wärmeleistung, Einlasstemperatur, verlustkorrigier- te Auslasstemperatur und Luftdichte der zwölf Parametervariatio- nen für isotherme Bedingungen sowie für Mischkonvektion	38
5.3.	Dimensionslose Kennzahlen der zwölf Parametervariationen für iso- therme Bedingungen sowie für Mischkonvektion	39

Nomenklatur

Liste verwendeter Symbole

Griechische Symbole

α	thermischer Ausdehnungskoeffizient
β	Kompressibilität
Γ	skalares Wirbelfeld
γ	kinetische Energiedichte
δ_{ij}	Kronecker-Delta
ε	Winkelabweichung
η	dynamische Viskosität
Θ	Temperatur
Θ_{in}	Einlasstemperatur
Θ_{out}	Auslasstemperatur
$\Delta\Theta$	charakteristische Temperaturdifferenz
$\Delta\Theta^{\dagger}$	Korrekturterm der Auslasstemperatur
λ	Wärmeleitfähigkeit
λ_i	Eigenwert der i -ten POD Mode
μ	Erwartungswert
ν	kinematische Viskosität
ξ	Vektor mit Einträgen ξ_j
ξ_j	Exponent der Einflussgröße R_j für Berechnung von Π_l
Π_l	dimensionslose Kennzahl
ϱ	Dichte
$\Delta\varrho$	temperaturbedingte Dichteschwankung
σ	Geschwindigkeitsfluktuation

τ	Abklingkonstante
Φ	Gravitationspotenzial
ϕ	Wärmeproduktionsdichte aufgrund Dissipation
φ_{ij}	Winkel
φ	Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion
Ψ	Matrix der POD Basisfunktionen
ψ_i	Basisfunktion der i -ten POD Mode
ω	Bildaufnahmefrequenz

Lateinische Symbole

\mathbf{A}	Dimensionsmatrix
A	Normierungskonstante
A_Q	Querschnittsfläche der Konvektionszelle
A_W	Oberfläche einer Wärmequelle
A_{in}	Einströmfläche in die Konvektionszelle
$\mathrm{nd}A$	differentielles Oberflächenelement von ∂V
a_i	Zeitentwicklungskoeffizient der i -ten POD Mode
a_{ij}	Eintrag aus Dimensionsmatrix \mathbf{A}
\mathbf{B}	Matrix mit Eigenvektoren \mathbf{b}_i als Spalten
B	Breite der Konvektionszelle
B_s	Spaltbreite des Lufteinlassmoduls
Br	Brinkmannzahl
\mathbf{b}_i	Eigenvektor von $\mathbf{D}(t, t')$
b_i^j	j -te Komponente von \mathbf{b}_i
c_p	Wärmekapazität
$\mathbf{D}(t, t')$	zeitliche Autokorrelationsfunktion
E	Maß für kinetische Gesamtenergie der POD-Moden
E_{\min}	Energieschwelle
$\hat{\mathbf{e}}$	Einheitsvektor
\mathbf{F}	Volumenkraftdichte
F_i	fundamentale Einheit
\mathcal{F}	Wärmestrom aufgrund Wärmeleitung

f	Brennweite
Gr	Grashofzahl
g	Erdbeschleunigung
H	maximale Höhe der Konvektionszelle
H_W	Höhe einer Wärmequelle
\mathbf{j}	Wärmestromdichte
K	Anzahl an Gitterpunkten
k	Anzahl physikalischer Einflussgrößen
\mathbb{L}^2	Hilbertraum der quadratintegrablen Funktionen
L	Länge der Konvektionszelle
L_s	Spaltlänge des Lufteinlassmoduls
ℓ	charakteristische Länge
M	Anzahl an Gitterpunkten in S
m	Masse
\dot{m}	Massenstrom
N	Länge einer Zeitreihe
Nu	Nusseltzahl
n	Modenzahl
P	skalares Feld
\mathcal{P}	Wärmeproduktion aufgrund Dissipation
Pr	Prandtlzahl
p	Druck
Q	Wärmeenergie
\dot{Q}_W	Wärmeleistung einer Quelle
\dot{Q}_{SW}	Wärmeverlust
\dot{Q}_{in-out}	Enthalpiestrom
Q_{in-out}	Enthalpieunterschied
q	Wärmeenergiedichte
\dot{q}	volumetrische Wärmestromdichte
$\dot{\bar{q}}$	charakteristische flächenbezogene Wärmestromdichte
$\mathbf{R}(\mathbf{x}, \mathbf{x}')$	räumliche Autokorrelationsfunktion
R_j	physikalische Einflussgröße
R^2	Bestimmtheitsmaß

Re	Reynoldszahl
Ri	Richardsonzahl
$\mathbf{r}(\mathbf{x})$	Ortsvektor des Punktes \mathbf{x}
r	Anzahl fundamentaler Einheiten
S	Fläche zur räumlichen Tiefpassfilterung
St	Stantonzahl
Sr	Strouhalzahl
s	Geradensteigung
$\Delta\mathcal{T}$	theoretische Verweildauer
t	Zeit
U	charakteristische Geschwindigkeit
U_Q	Umfang der Querschnittsfläche
U_{ref}	Referenzgeschwindigkeit
\mathcal{U}	Geschwindigkeitsbetrag
\mathbf{u}	Geschwindigkeitsvektorfeld
u	horizontale Geschwindigkeitskomponente
\mathbf{V}	Zustandsmatrix
V	Fluidvolumen
\dot{V}_{in}	Volumenstrom
∂V	Oberfläche von V
dV	differentielles Volumenelement von V
\mathbf{v}	Zustandsvektor
v	vertikale Geschwindigkeitskomponente
\mathbf{x}	Punkt innerhalb des Strömungsfeldes
z	vertikale Koordinate von \mathbf{x}

Operatoren

∇	Nablaoperator
∇^2	Laplaceoperator
$\frac{\partial}{\partial t}$	partielle Zeitableitung
$[\cdot]$	Einheit von \cdot
\cdot'	entdimensionalisierte Form von \cdot

$\{\cdot\}$	Ensemble
(\cdot, \cdot)	Skalarprodukt
$*$	komplexe Konjugation
$\ \cdot\ $	\mathbb{L}^2 -Norm
$\langle \cdot \rangle$	zeitliche Mittelung
$ \cdot $	Betrag
\cdot^T	Transposition
$\bar{\cdot}$	räumliche Mittelung

Akronyme

2C	2 Component (2 Komponenten)
2D	2 Dimensionen
BOS	Background Oriented Schlieren (Hintergrundschlieren-Methode)
CCD	Charge Coupled Device
DLR	Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt
DNS	Direkte Numerische Simulation
HFSB	helium-filled soap bubbles (Helim gefüllte Seifenblasen)
ITCZ	Inter-Tropical Convergence Zone (Innertropische Konvergenzzone)
LES	Large Eddy Simulation (Grobstruktursimulation)
PDF	Probability Density Function (Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion)
PIV	Particle Image Velocimetry
POD	Proper Orthogonal Decomposition
RANS	Reynolds-Averaged Navier-Stokes equations (Reynolds-gemittelte Navier-Stokes-Gleichungen)
ROM	Reduced-Order Modelling (Modell reduzierter Ordnung)

1. Motivation

Konvektion (lat. *convectio*; Herbeibringen) bezeichnet einen Mechanismus zum Transport thermischer Energie innerhalb eines Gases oder einer Flüssigkeit. Im Unterschied zur Wärmeleitung beruht der konvektive Wärmetransport auf dem makroskopischen Transport molekularer Bestandteile des Fluids. Allerdings darf die Konvektion nicht als ein von der Wärmeleitung unabhängiger Mechanismus angesehen werden. Wilhelm Nusselt schreibt im Jahr 1915 in seinem berühmten Aufsatz *Das Grundgesetz des Wärmeübergangs*[36]:

„Es wird vielfach in der Literatur behauptet, die Wärmeabgabe eines Körpers habe drei Ursachen, siehe z.B. [24]: die Strahlung, die Wärmeleitung und die Konvektion. Man sagt, durch den Auftrieb der erwärmten Luft oder durch einen künstlichen Luftstrom kommen immer wieder kalte Teilchen mit der Oberfläche des Körpers in Berührung, die von dort Wärme abführen. Diese Teilung der Wärmeabgabe in Leitung und Konvektion erweckt den Anschein, als hätte man es mit zwei unabhängigen Erscheinungen zu tun. Man muss daraus schließen, dass Wärme auch durch Konvektion ohne Mitwirkung der Leitung übertragen werden könnte. Dem ist aber nicht so.“

In der Literatur unterscheidet man zwischen erzwungener und freier Konvektion. Extern induzierte Druckgradienten, wie sie von Pumpen oder Ventilatoren erzeugt werden, führen zu erzwungener Konvektion. Diese wird durch die Reynoldszahl charakterisiert, die durch das Verhältnis von Trägheitskraft zur Zähigkeitskraft definiert ist. Interne Temperatur- oder Dichtegradienten führen zu natürlicher beziehungsweise freier Konvektion und werden beispielsweise durch die unterschiedlich starke Absorption von Wärmestrahlung oder eine gezielte Beheizung von Systemgrenzen erreicht. Die natürliche Konvektion wird durch die Grashofzahl cha-

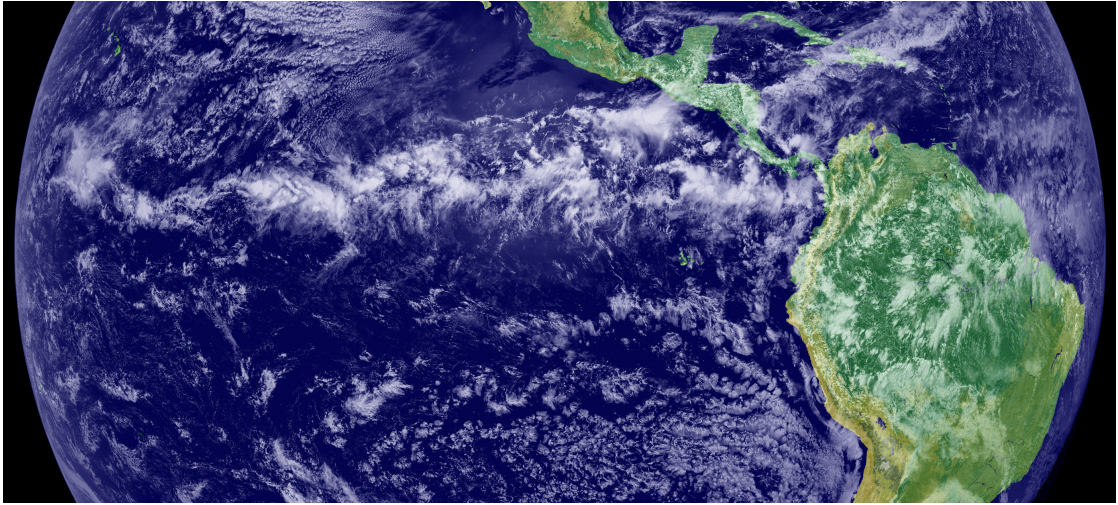


Abbildung 1.1.: Konvektion innerhalb der innertropischen Konvergenzzone (ITCZ). Das Bild zeigt einen äquaturnahen Ausschnitt der Erde und ist eine Kombination aus Wolkendaten und Landbedeckungsklassifizierungsdaten. Die ITCZ zeichnet sich durch aufsteigende Luftmassen aus und ist als helles weißes Wolkenband in der Bildmitte sichtbar [21].

Charakterisiert, die dem Verhältnis von Auftriebskraft zur Zähigkeitskraft entspricht. Situationen, in denen beide Arten der Konvektion auftreten und diese von der gleichen Größenordnung sind, bezeichnet man als Mischkonvektion. Zur Charakterisierung wird die Richardsonzahl Ri verwendet, die das Verhältnis von Auftriebs- zu Trägheitskräften angibt. Ein in der Literatur häufig angegebener Bereich für Mischkonvektion ist $0,1 < Ri < 10$ [35].

Die wissenschaftliche Untersuchung der Konvektion reicht bis an den Anfang des 18. Jahrhunderts zurück. Im Jahr 1701 veröffentlicht Newton anonym einen Bericht über das Abkühlverhalten von warmen Körpern. Das nach ihm benannte Abkühlungsgesetz besagt, dass die Abkühlrate eines warmen Körpers zu jedem Zeitpunkt proportional zur Temperaturdifferenz zwischen dem Körper und seiner Umgebung (Luft) ist. Newton unterscheidet dabei zwischen erzwungener und freier Konvektion, wie aus folgendem Zitat hervorgeht[11]: „I placed the iron not in quiet air but in a uniformly blowing wind.“ Im Jahr 1900 beschreibt Henri Bénard Rollenstrukturen in einer Flüssigkeit, die durch eine Beheizung der unteren Systemgrenze durch natürliche Konvektion entstehen [4]. John Rayleigh beschreibt die Vorgänge im Jahr 1916 erstmals mathematisch [43].

Da Konvektion in vielen Bereichen der Natur beobachtet wird, ist ihre Erforschung in verschiedenen Disziplinen von Bedeutung. So hängt die beobachtete Tiefenkonvektion von Wassermassen der Labradorsee mit der Stärke der atlantischen meridionalen Umwälzbewegung zusammen, die für das milde Klima in Europa verantwortlich ist [44][26]. Weitere Beispiele sind die freie Konvektion innerhalb des Erdmantels, welche als Ursache der Plattentektonik gilt [5][46] sowie die in Akkretionsscheiben schwarzer Löcher auftretende Konvektion von Materie [33][20]. Ein weiteres Beispiel ist die innertropische Konvergenzzone (ITCZ), eine in äquatornähe verlaufende Tiefdruckrinne. Die intensive Sonneneinstrahlung und die warmen Wassermassen erwärmen die Luft innerhalb der ITCZ. Durch das Aufsteigen der Luft kühlt diese ab und kondensiert, sodass es zur Bildung von Wolken kommt. Abbildung 1.1 zeigt einen äquatornahen Bereich der Erde. Dabei handelt es sich um eine Kombination aus Wolkendaten und farbigen Landbedeckungsklassifizierungsdaten. Die ITCZ ist als helles weißes Wolkenband in der Bildmitte sichtbar.

Neben diesen natürlich ablaufenden Prozessen spielt die Konvektion auch in vielen technischen Anwendungen eine große Rolle. So ist zur Optimierung des Wirkungsgrads von Gasturbinen ein genaues Verständnis der konvektiven Kühlung einzelner Komponenten notwendig [15][13]. Bei der Raumkühlung durch Deckenstrahlplatten kann die Kühlleistung in Situationen mit Mischkonvektion bis zu 35% erhöht werden [22]. Ein weiteres Beispiel ist der Windchill-Effekt. Er beschreibt den Unterschied zwischen gemessener und gefühlter Lufttemperatur in Abhängigkeit der Windgeschwindigkeit und resultiert aus konvektivem Wärmeübergang an der Haut [38][7].

Die Untersuchung der Konvektion erfolgt mit numerischen sowie experimentellen Methoden. Letztere stellen ein unverzichtbares Mittel für die Generierung einer vertrauenswürdigen Datengrundlage dar. Zudem können sie dafür genutzt werden, die Ergebnisse numerischer Simulationen zu verifizieren [51]. Direkte Numerische Simulation (DNS) der meist turbulenten Strömung ist aufgrund der benötigten zeitlichen wie räumlichen Auflösung mit heutiger Computerleistung nicht praktikabel [53]. Numerische Verfahren beschränken sich daher auf Grobstruktursimulationen (LES) sowie Simulationen basierend auf Reynolds-gemittelten Navier Stokes Gleichungen (RANS) [27][28]. Darüberhinaus existieren Hybridsimulationen, welche sowohl RANS und LES nutzen [29].

Konvektive Strömungen werden häufig unter isothermen Randbedingungen untersucht [39][2][52]. Das System wird dabei an der Unterseite mit konstanter Temperatur beheizt, während es an der Oberseite gekühlt wird. Die eingestellte Temperaturdifferenz ist frei wählbar. Für einige Anwendungen, wie zum Beispiel die Klimatisierung von Innenräumen, beschreiben isotherme Randbedingungen den Energieeintrag in das System jedoch nur unzureichend. Die Energiezufuhr durch einen konstanten Wärmestrom ermöglicht eine präzisere Nachbildung der Realität, da hierdurch die Wärmeabgabe eines Menschen besser approximiert wird [54]. Weiterhin verhält sich der Wärmetransport im Fall konstanten Wärmestroms unterschiedlich zum Fall mit isothermen Rändern [49]. Die in dieser Arbeit untersuchte Strömung verhält sich turbulent und wird durch nichtlineare Bewegungsgleichungen beschrieben. Eine Analyse basierend auf einfachen statistischen Methoden wie zeitlich gemittelten Geschwindigkeitsfeldern und Geschwindigkeitsfluktuationen ist unter diesen Bedingungen mangelhaft. Spontane Zustandsänderungen, wie sie aus anderen Studien bekannt sind [50], können dazu führen, dass sich unterschiedliche Strömungszustände im Mittel aufheben. Daher werden in dieser Arbeit statistische Analysemethoden angewendet, die eine Charakterisierung von instationären Strömungen im Allgemeinen und der Dynamik großskaliger Strömungsstrukturen im Speziellen ermöglichen [41][14][50]. Hierzu zählen die Proper Orthogonal Decomposition (POD), das Wirbeldetektionsverfahren nach Michard [16] und die Bestimmung von Geschwindigkeitsverteilungsfunktionen. Die POD ist ein Verfahren zur Berechnung orthonormaler Basisfunktionen zwecks einer bimodalen Zerlegung einer Zeitreihe. Die so bestimmten Moden sind vollständig dekorreliert und können als kohärente Zustände interpretiert werden. Zudem liefert der Algorithmus inhärent eine Gewichtung der einzelnen Moden, wodurch die Identifizierung großskaliger Strukturen erleichtert wird. John Lumley adaptierte diese Methode in den 1960er Jahren zur Analyse turbulenter Strömungen [31] [32]. Die POD sowie der Wirbeldetektionsalgorithmus sind zwei unabhängige Verfahren zur Identifizierung großskaliger kohärenter Strukturen. In konvektiven Strömungen determinieren diese Strukturen in hohem Maß den Transport von Wärme und spielen bei der Charakterisierung der Mischkonvektion eine wichtige Rolle.

Ziel dieser Studie ist die Analyse von kohärenten Strömungsstrukturen und deren Dynamik sowie die Auswirkungen auf den Wärmetransport bei der Über-

lagerung von erzwungener und thermischer Konvektion in einem geschlossenen Behälter mit diskreten Quellen konstanter Wärmeleistung. Die Randbedingung mit konstantem Wärmestrom an den Wärmequellen ist in der Literatur seltener anzutreffen als die Randbedingung mit isothermen Wärmequellen, sodass mit dieser Arbeit ein besseres Verständnis sowie eine Erweiterung der Datengrundlage angestrebt wird. Zur Charakterisierung der Strömung wird eine Dimensionsanalyse durchgeführt, um die Kennzahlen zu identifizieren, die zur vollständigen Beschreibung des Systems notwendig sind. Der hier untersuchte Parameterbereich ist $1,25 \times 10^5 < Re < 1,59 \times 10^5$, $8,04 \times 10^{10} < Gr < 14,15 \times 10^{10}$, $436 < Nu < 557$ und $Pr = 0,71$ mit der Reynoldszahl Re , der Grashofzahl Gr , der Nusseltzahl Nu und der Prandtlzahl Pr . Die Topologie sowie die Dynamik der Strömungsstrukturen sind durch das Geschwindigkeitsvektorfeld determiniert, das mittels Particle Image Velocimetry (PIV) gemessen wird. Zusätzlich werden die Ein- und Auslasstemperaturen des Systems zur Bestimmung des globalen Wärmetransports gemessen. Auf Basis dieser Daten werden verschiedene statistische Analysemethoden angewendet, um die Topologie der großskaligen Strömungsstrukturen und deren Dynamik zu identifizieren und zu charakterisieren. Hierzu ist die Arbeit wie folgt gegliedert. In Kapitel 2 werden die physikalischen Grundgleichungen zur Beschreibung des hier untersuchten Systems angegeben und eine Dimensionsanalyse durchgeführt. Der experimentelle Aufbau und die verwendete Messtechnik wird in Kapitel 3 beschrieben. In Kapitel 4 werden die Grundlagen des Wirbeldetektionsalgorithmus sowie der Proper Orthogonal Decomposition (POD) dargestellt, die zur Charakterisierung der großskaligen Strukturen verwendet werden. Die Randbedingungen sowie die aus den unterschiedlichen Analysemethoden erhaltenen Ergebnisse sind in Kapitel 5 dargelegt. Eine abschließende Zusammenfassung der Untersuchung befindet sich in Kapitel 6.

2. Konvektive Strömungen

2.1. Physikalische Grundlagen

Der Wärmetransport in konvektiven Strömungen wird in der Regel durch die Dynamik von Fluidpakten beschrieben. Die Gleichungen, die die Fluidbewegung sowie den Wärmetransport charakterisieren, sind die Kontinuitätsgleichung, die Navier-Stokes Gleichung und die Energiegleichung. Diese Gleichungen werden im Folgenden erläutert.

Sei V ein beliebiges Volumen innerhalb einer Strömung und m die in V vorhandene Masse. Da die Masse eine Erhaltungsgröße ist, kann eine zeitliche Änderung von m in V nur durch einen Nettostrom durch die Oberfläche ∂V des Volumens erfolgen. Unter Verwendung des Satzes von Gauß folgt die Kontinuitätsgleichung

$$\frac{\partial \varrho}{\partial t} + \nabla \cdot (\varrho \mathbf{u}) = 0, \quad (2.1)$$

wobei \mathbf{u} die Geschwindigkeit, ϱ die Massendichte, t die Zeit und ∇ der Nablaoperator sind. Die Navier-Stokes Gleichung für ein inkompressibles Fluid ist gegeben durch [48]

$$\varrho \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} \right) = -\nabla p + \eta \nabla^2 \mathbf{u} + \mathbf{F}, \quad (2.2)$$

mit p dem Druck, η der dynamischen Viskosität und \mathbf{F} der äußeren Volumenkraftdichte.

Für den hier untersuchten Fall mit diskreten Wärmequellen wird die Energiegleichung im Folgenden vollständig hergeleitet, da in ihr Zusatzterme auftreten, die für die spätere Entdimensionalisierung von Bedeutung sind. Die Energiegleichung ergibt sich aus dem Reynolds'schen Transportsatz. Er beschreibt die zeitliche Än-

derung des Integrals $\int_V \psi dV$ mit der skalaren Dichtefunktion ψ innerhalb eines Fluidvolumens V

$$\frac{d}{dt} \int_V \psi dV = \int_V \frac{\partial \psi}{\partial t} dV + \oint_{\partial V} \psi \mathbf{u} \cdot \mathbf{n} dA. \quad (2.3)$$

Dabei bezeichnet dV ein differenzielles Volumenelement. Die Änderung setzt sich aus zwei Teilen zusammen, nämlich (i) lokalen Änderungen $\frac{\partial \psi}{\partial t}$ in V und (ii) dem konvektivem Fluss $\psi \mathbf{u}$ senkrecht durch die Oberfläche ∂V von V . Der Ausdruck $\mathbf{n} dA$ bezeichnet ein vektorielles Oberflächenelement von ∂V . Mit Hilfe von Gleichung 2.3 soll nun die Änderung der Wärmeenergie Q im Volumen V ausgedrückt werden. Gleichung 2.3 ist jedoch als rein mathematischer Zusammenhang zu betrachten. Die physikalischen Effekte, die zu einer Änderung der Wärmeenergie in V führen, sind:

- Wärmestrom senkrecht durch die Oberfläche ∂V aufgrund von Wärmeleitung: $\mathcal{F}(t) = \oint_{\partial V} \mathbf{j} \cdot \mathbf{n} dA$ mit der flächenbezogenen Wärmestromdichte \mathbf{j} .
- Interne Wärmeproduktion innerhalb des Volumens V aufgrund von Dissipation durch Fluidreibung: $\mathcal{P}(t)$

Weitere Prozesse, wie zum Beispiel Wärmestrahlung, bleiben hier unberücksichtigt, da sie sich annähernd im thermischen Gleichgewicht befinden, wodurch eine Bilanzierung nicht notwendig ist. Die Änderung der Wärmeenergie in V kann daher folgendermaßen formuliert werden

$$\frac{d}{dt} Q(t) = -\mathcal{F}(t) + \mathcal{P}(t). \quad (2.4)$$

Das Minuszeichen vor $\mathcal{F}(t)$ trägt der Vorzeichenkonvention Rechnung, den Wärmestrom aus dem Volumen V negativ zu werten. Die Größen Q und \mathcal{P} mit den Dichten $q = q(x, y, z, t)$ und $\phi = \phi(x, y, z, t)$ sind definiert als

$$Q = \int_V q dV \quad \text{und} \quad (2.5)$$

$$\mathcal{P} = \int_V \phi dV. \quad (2.6)$$

Die Gleichung 2.4 lässt sich dann in integraler Form schreiben,

$$\frac{d}{dt} \int_V q dV = - \oint_{\partial V} \mathbf{j} \cdot \mathbf{n} dA + \int_V \phi dV. \quad (2.7)$$

Wendet man auf die linke Seite den Reynolds'schen Transportsatz mit $\psi = q$ an und wandelt alle Oberflächenintegrale mit Hilfe des Satzes von Gauß in Volumenintegrale um, erhält man

$$\int_V \left(\frac{\partial q}{\partial t} + \nabla \cdot (q\mathbf{u}) + \nabla \cdot \mathbf{j} - \phi \right) dV = 0. \quad (2.8)$$

Dies ist nur dann für beliebige Volumina erfüllt, wenn der Integrand Null ist. Mit der volumetrischen Wärmestromdichte $\dot{q} := \frac{\partial q}{\partial t}$, der Wärmeenergiedichte $q = \varrho c_p \Theta$ sowie $\mathbf{j} = -\lambda \nabla \Theta$ folgt die Energiegleichung

$$\dot{q} + \varrho c_p (\mathbf{u} \cdot \nabla) \Theta - \lambda \nabla^2 \Theta = \phi, \quad (2.9)$$

wobei c_p die Wärmekapazität, Θ die Temperatur und λ die Wärmeleitfähigkeit bezeichnen. Für ein inkompressibles Fluid hat die Dichtefunktion ϕ (auch Dissipationsfunktion) die Darstellung $\phi = \eta \tilde{\phi} = \eta \sum_i \sum_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$. Dabei bezeichnen u_i und x_i die Komponenten des Geschwindigkeitsvektors \mathbf{u} und des Ortsvektors \mathbf{x} .

Durch Linearisierung der von thermodynamischen Größen abhängigen funktionalen Zusammenhänge der Stoffparameter soll die Impulsgleichung 2.2 weiter vereinfacht werden. Alle auftretenden Stoffparameter werden als konstant angenommen. Einzige Ausnahme stellt die temperaturbedingte Dichteschwankung $\Delta \varrho = \varrho - \varrho_0$ dar. Sie soll in gravitativ beeinflussten Termen berücksichtigt werden. Diese Annahme wird als Boussinesq-Approximation bezeichnet und ist unter folgenden hier zutreffenden Kriterien gültig [48]:

$$\begin{aligned} g \varrho \beta \ell &\ll 1, \\ \frac{g \alpha \ell}{c_p} &\ll 1, \\ \frac{g \alpha \ell \Theta}{c_p \Delta \Theta} &\ll 1. \end{aligned}$$

Hierin bezeichnen g die Erdbeschleunigung, ℓ eine für das System charakteristische Länge, α den thermischen Ausdehnungskoeffizienten des verwendeten Fluids, β die Kompressibilität des verwendeten Fluids und $\Delta\Theta$ die für das System charakteristische Temperaturdifferenz. Der einzige gravitativ beeinflusste Term ist durch die äußere Volumenkraftdichte $\mathbf{F} = -\varrho\nabla\Phi$ mit dem Gravitationspotential $\Phi = gz$ gegeben. Es folgt

$$\mathbf{F} = -(\varrho_0 + \Delta\varrho)\nabla\Phi = -\nabla(\varrho_0\Phi) + \Delta\varrho\mathbf{g} \quad (2.10)$$

mit der Erdbeschleunigung $\mathbf{g} = -g\hat{\mathbf{e}}_z$. Entsprechend der Boussinesq-Approximation kann wegen $\Delta\varrho/\varrho_0 \ll 1$ die Dichteschwankung in der linearen Form

$$\Delta\varrho = -\alpha\varrho_0\Delta\Theta \quad (2.11)$$

angegeben werden. Die Gleichung 2.2 geht dann über in

$$\frac{\partial\mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla)\mathbf{u} = -\nabla P + \nu\nabla^2\mathbf{u} - \alpha\mathbf{g}\Delta\Theta, \quad (2.12)$$

wobei ν die kinematische Viskosität und $P := \frac{p}{\varrho_0} + \Phi$ ist. Aufgrund der Annahme konstanter Dichte $\frac{d\varrho}{dt} = 0$ in nicht-gravitativen Termen vereinfacht sich die Kontinuitätsgleichung zu ihrer inkompressiblen Form

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0. \quad (2.13)$$

Die Gleichungen 2.13, 2.12 und 2.9 bilden unter Hinzunahme geeigneter Randbedingungen ein geschlossenes System zur Bestimmung des Vektorfeldes für die Geschwindigkeit \mathbf{u} sowie der Skalarfelder für Temperatur Θ und Druck P .

2.2. Dimensionsanalyse und Kennzahlen

Strömungsphysikalische Systeme wie Mischkonvektion zeichnen sich durch einen großen Parameterraum aus. Neben den physikalischen Größen wie Geschwindigkeit, Druck und Temperatur wirken sich Stoffparameter und Geometrieverhältnisse auf die Lösung der Gleichungen aus. Die Einführung von Kennzahlen ermöglicht

Tabelle 2.1.: Physikalische Einflussgrößen konvektiver Strömungen.

#	Bezeichnung	Formelzeichen	SI-Einheit
1	Charakteristische Geschwindigkeit	U	m s^{-1}
2	Charakteristische Länge	ℓ	m
3	Dynamische Viskosität	η	$\text{kg m}^{-1} \text{s}^{-1}$
4	Dichte	ϱ	kg m^{-3}
5	Wärmeleitfähigkeit	λ	$\text{kg m s}^{-3} \text{K}^{-1}$
6	-	αg	$\text{m s}^{-2} \text{K}^{-1}$
7	Charakteristische Temperaturdifferenz	$\Delta\Theta$	K
8	Flächenbezogene Wärmestromdichte	\dot{q}	kg s^{-3}
9	Wärmekapazität	c_p	$\text{m}^2 \text{s}^{-2} \text{K}^{-1}$

es, den Parameterraum zu reduzieren und somit das zugrunde liegende Problem mit weniger Größen zu charakterisieren. Kennzahlen sind dimensionslose Größen und charakterisieren idealerweise physikalische Prozesse innerhalb der Strömung. Weiterhin ermöglicht die Verwendung von Kennzahlen eine Vergleichbarkeit zwischen unterschiedlichen Systemen ähnlicher Geometrie. Großskalige physikalische Systeme können zum Beispiel, unter Verwendung gleicher Kennzahlen, an Modellen mit verkleinertem Maßstab untersucht werden, die weniger Platz benötigen und geringere Kosten verursachen. Das Konzept einer dimensionslosen Darstellung beruht auf einem mathematischen Satz von Edgar Buckingham [10]. Sei ein System aus k mit Einheiten behafteten Einflussgrößen R_j gegeben, zu deren Beschreibung r fundamentale Einheiten F_i notwendig sind. Nach dem Buckingham'schen Π -Theorem ist jede physikalische Relation der Form $\Phi(R_1, \dots, R_k) = 0$ äquivalent zu einer Relation der Form $\Psi(\Pi_1, \dots, \Pi_{k-r}) = 0$ bestehend aus einer maximalen Menge unabhängiger dimensionsloser Kennzahlen Π_l . Identische Kennzahlen im Modell und Original resultieren in physikalisch ähnlichen Lösungen, wodurch der Vergleich unterschiedlich dimensionierter Systeme möglich wird.

Die Einheit einer physikalischen Größe ist eindeutig durch eine Kombination der fundamentalen Einheiten darstellbar. Für die Einflussgröße R_j ist sie gegeben durch

$$[R_j] = \prod_{i=1}^r F_i^{a_{ij}}. \quad (2.14)$$

Die Exponenten a_{ij} sind die Einträge der Dimensionsmatrix \mathbf{A} , deren j -te Spalte die Exponenten der fundamentalen Einheiten F_i bezüglich der Einflussgröße R_j wiedergibt. Jede dimensionslose Größe Π_l ergibt sich durch eine Kombination der k Einflussgrößen R_i aus

$$\Pi_l = \prod_{i=1}^k R_i^{\xi_i} \quad (2.15)$$

mit $\boldsymbol{\xi} = (\xi_1, \dots, \xi_k) \in \mathbb{R}^k$. Für die Einheit von Π_l gilt folglich

$$[\Pi_l] = \prod_{i=1}^r F_i^{a_{i1}\xi_1 + \dots + a_{ik}\xi_k}. \quad (2.16)$$

Damit Π_l eine dimensionslose Zahl wird, muss $a_{i1}\xi_1 + \dots + a_{ik}\xi_k = 0$ für alle i erfüllt sein. Hieraus ergibt sich das homogene lineare Gleichungssystem

$$\mathbf{A}\boldsymbol{\xi} = \begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1k} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{r1} & \dots & a_{rk} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \xi_1 \\ \vdots \\ \xi_k \end{pmatrix} = 0 \quad (2.17)$$

mit der Dimensionsmatrix \mathbf{A} . Für $\boldsymbol{\xi} \in \text{Kern}(\mathbf{A})$ ist Π_l nach Gleichung 2.15 dimensionslos. Wegen $r \equiv \text{Rang}(\mathbf{A})$ folgt aus dem Dimensionssatz der linearen Algebra, dass die Dimension von $\text{Kern}(\mathbf{A})$ gleich $k-r$ ist. Aus einer Basis von $\text{Kern}(\mathbf{A})$ ergeben sich somit $k-r$ unabhängige dimensionslose Kennzahlen, deren Darstellungen in der Regel nicht eindeutig sind. Daher ist es von wesentlicher Bedeutung, bei der Wahl der Kennzahlen darauf zu achten, dass diese eine Interpretation und somit eine Charakterisierung der einzelnen physikalischen Mechanismen ermöglichen.

Zur Ermittlung der Einflussgrößen konvektiver Strömungen betrachtet man die zugrunde liegenden Gleichungen 2.13, 2.12 und 2.9. Folgende Fluideigenschaften spielen hierbei eine Rolle: Die dynamische Viskosität η , die Dichte ϱ , die Wärmekapazität c_p , die Wärmeleitfähigkeit λ sowie das Produkt αg aus dem thermischen Ausdehnungskoeffizienten und der Gravitationsbeschleunigung. Aus den Randbedingungen ergeben sich weitere Einflussgrößen. Dazu gehören eine charakteristische Geschwindigkeit U , eine für die Geometrie charakteristische Länge ℓ , ei-

Tabelle 2.2.: Übersicht der dimensionslosen Kennzahlen zur Charakterisierung von Mischkonvektion mit Quellen konstanter Wärmeleistung sowie deren physikalische Interpretation.

Kennzahl	Darstellung	Physikalische Interpretation
Reynoldszahl	$\mathcal{Re} = \frac{U\ell}{\nu}$	Verhältnis von Trägheits- zu Reibungskräften
Grashofzahl	$\mathcal{Gr} = \frac{g\alpha\Delta\Theta\ell^3}{\nu^2}$	Verhältnis von statischen Auftriebskräften zu Reibungskräften
Prandtlzahl	$\mathcal{Pr} = \frac{\eta c_p}{\lambda}$	Verhältnis von Viskosität zu thermischer Diffusivität
Nusseltzahl	$\mathcal{Nu} = \frac{\dot{q}\ell}{\lambda\Delta\Theta}$	Verhältnis von konvektivem Wärmestrom zu Wärmestrom durch Wärmeleitung

ne charakteristische Temperaturdifferenz $\Delta\Theta$ sowie eine charakteristische flächenbezogene Wärmestromdichte \dot{q} . Tabelle 2.1 zeigt eine Übersicht über alle Einflussgrößen und deren SI-Einheiten (Meter m, Sekunde s, Kilogramm kg, Kelvin K). Die zu diesen Einflussgrößen gehörende Dimensionsmatrix im SI-Einheitensystem ist folglich gegeben durch

$$\mathbf{A} = \begin{matrix} & U & \ell & \eta & \varrho & \lambda & \alpha g & \Delta\Theta & \dot{q} & c_p \\ \begin{matrix} \text{m} \\ \text{s} \\ \text{kg} \\ \text{K} \end{matrix} & \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & -3 & 1 & 1 & 0 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & -1 & 0 & -3 & -2 & 0 & -3 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \end{matrix}. \quad (2.18)$$

Der Rang dieser Matrix ist 4, sodass $k - r = 9 - 4 = 5$ unabhängige dimensionslose Kennzahlen Π_l zur Beschreibung der mischkonvektiven Strömung mit Wärmequellen nötig sind.

Ein in der Literatur häufig verwendeter Satz an Kennzahlen beinhaltet die Reynoldszahl \mathcal{Re} , die Grashofzahl \mathcal{Gr} , die Prandtlzahl \mathcal{Pr} , die Nusseltzahl \mathcal{Nu} und die Brinkmannzahl \mathcal{Br} ,

$$\mathcal{Re} = \frac{U\ell}{\nu}, \quad \mathcal{Gr} = \frac{g\alpha\Delta\Theta\ell^3}{\nu^2}, \quad \mathcal{Nu} = \frac{\dot{q}\ell}{\lambda\Delta\Theta}, \quad \mathcal{Pr} = \frac{\eta c_p}{\lambda}, \quad \mathcal{Br} = \frac{\eta U^2}{\lambda\Delta\Theta}. \quad (2.19)$$

Tabelle 2.3.: Normierung zwischen dimensionslosen (gekennzeichnet durch einen Strich) und dimensionsbehafteten Größen. Die zur Entdimensionalisierung verwendeten charakteristischen Größen des Systems sind in Tabelle 2.1 zusammengefasst.

Bezeichnung	Normierung
Position	$\mathbf{x}' = \mathbf{x}/\ell$
Geschwindigkeit	$\mathbf{u}' = \mathbf{u}/U$
Zeit	$t' = U/\ell \cdot t$
Nablaoperator	$\nabla' = \ell \cdot \nabla$
Temperatur	$\Theta' = \Theta/\Delta\Theta$
Skalarfeld P	$P' = P/U^2$
Dissipationsfunktion	$\tilde{\phi}' = \ell^2/U^2 \cdot \tilde{\phi}$
Volumetrische Wärmestromdichte	$\dot{q}' = \dot{q} \cdot \ell/\dot{q}$

Für Anwendungen in dieser Arbeit kann die Brinkmannzahl \mathcal{Br} vernachlässigt werden. Im Zähler steht hier das Maß für die durch Reibung im Fluid entstehende Wärme. Der Nenner charakterisiert die Fähigkeit des Fluids, Wärme abzuleiten. Damit beide Effekte von der selben Größenordnung sind ($\mathcal{Br} = 1$), ist bei den hier typischen Werten von $\eta \approx 18 \mu\text{Pa}\cdot\text{s}$, $\lambda \approx 0,025 \frac{\text{W}}{\text{m}\cdot\text{K}}$ sowie $\Delta\Theta \approx 10 \text{ K}$ eine charakteristische Geschwindigkeit von $U > 100 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ nötig. Dieser Wert liegt zwei Größenordnungen über den in dieser Untersuchung erreichten Geschwindigkeiten. Zur Beschreibung der konvektiven Strömung sind daher nur vier Kennzahlen notwendig: Die Reynoldszahl \mathcal{Re} , die Grashofzahl \mathcal{Gr} , die Prandtlzahl \mathcal{Pr} sowie die Nusseltzahl \mathcal{Nu} . Durch Verwendung dieser Kennzahlen wird das System vollständig beschrieben. In Tabelle 2.2 sind alle Kennzahlen mit ihrer jeweiligen Interpretation zusammengefasst.

Die Bewegungsgleichungen aus Abschnitt 2.1 werden mit Hilfe der für das System charakteristischen Größen entdimensionalisiert. Tabelle 2.3 zeigt die zur Entdimensionalisierung verwendeten Normierungen. Eine Skalenanalyse der Energiegleichung 2.9 zeigt, dass der Dissipationsterm ϕ fünf Größenordnungen kleiner ist als der nächst größere Term. Aus diesem Grund kann die Wärmeentstehung durch Dissipation innerhalb dieser Arbeit vernachlässigt werden. Die entdimensio-

nalisierten Bewegungsgleichungen lauten

$$\nabla' \cdot \mathbf{u}' = 0, \quad (2.20)$$

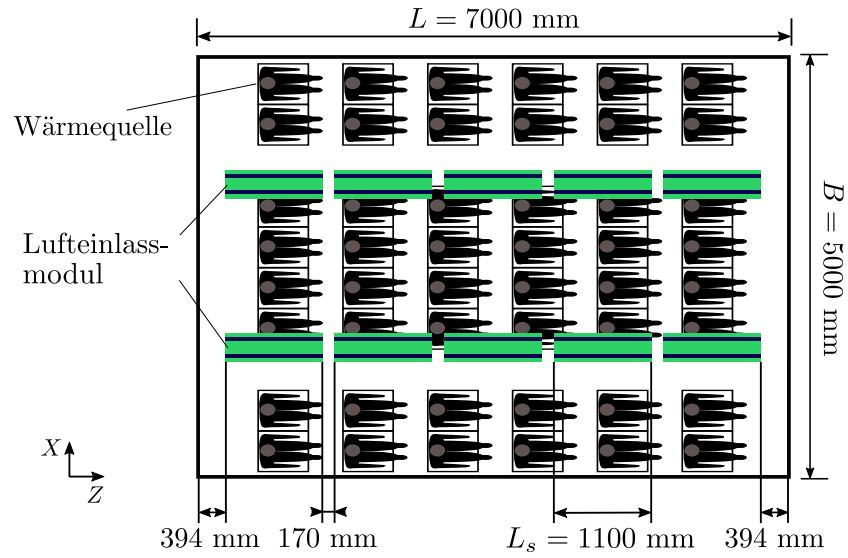
$$\frac{\partial \mathbf{u}'}{\partial t'} + (\mathbf{u}' \cdot \nabla') \mathbf{u}' = -\nabla' P' + \frac{1}{\mathcal{R}e} \nabla'^2 \mathbf{u}' - \frac{\mathcal{G}r}{\mathcal{R}e^2} \Delta \Theta' \hat{\mathbf{e}}_z, \quad (2.21)$$

$$\mathcal{N}u \dot{q}' + \mathcal{R}e \mathcal{P}r (\mathbf{u}' \cdot \nabla') \Theta' = \nabla'^2 \Theta'. \quad (2.22)$$

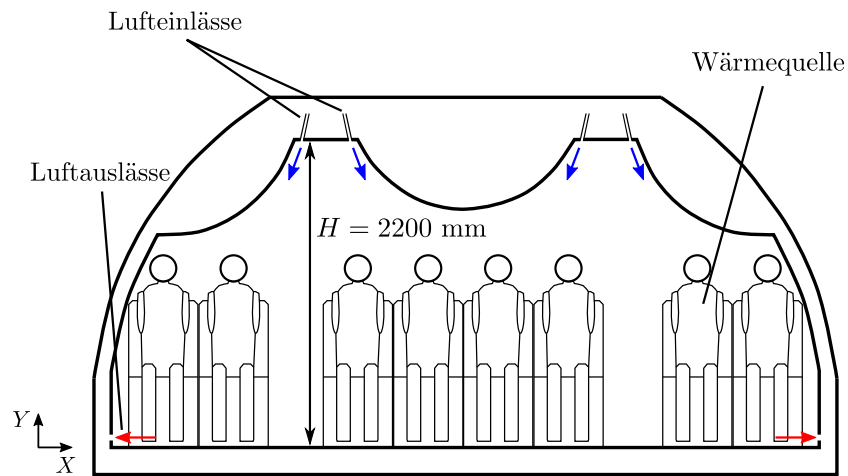
3. Experimentelle Umsetzung

3.1. Aufbau und Konfiguration

Ziel dieser Arbeit ist die Untersuchung und Analyse von Wärmetransport sowie Strukturbildung in turbulenter Mischkonvektion mit Luft als Arbeitsfluid. Hierzu wird als Versuchsträger ein generisches Modell eines Segments vom Oberdeck des Flugzeugtypen Airbus A380 verwendet. Auch wenn der Aufbau die Topologie einer Flugzeugkabine aufweist, ist es nicht das Ziel dieser Arbeit, das Kabinenklima zu untersuchen. Vielmehr dient dieser Aufbau aufgrund seiner Abmessungen dazu, turbulente Mischkonvektion bei konstanter Wärmeleistung über einen weiten Parameterbereich bei definierten Randbedingungen zu generieren. Eine schematische Übersicht des Aufbaus ist in Abbildung 3.1 dargestellt. Die Querschnittsfläche A_Q der Konvektionszelle beträgt $A_Q = 8,33 \text{ m}^2$ mit einem Umfang von $U_Q = 13\,500 \text{ mm}$. Die rechteckige Grundfläche hat eine Länge von $L = 7000 \text{ mm}$ und eine Breite von $B = 5000 \text{ mm}$. Auf ihr befinden sich 48 einzelne Wärmequellen, die in sechs Reihen zu je acht Positionen angeordnet sind. Diese geben jeweils eine konstante Wärmeleistung \dot{Q}_W ab und stellen Versperrungen für die Strömung dar. Ihre geometrische Form ist einer sitzenden Person nachempfunden [25] mit einer Höhe von $H_W = 1390 \text{ mm}$ und einer Oberfläche von jeweils $A_W = 1,3 \text{ m}^2$. Jede Wärmequelle ist von einem Draht umwickelt, welcher oberflächennah verläuft und bei angelegter Spannung eine flächenbezogene Wärmestromdichte $\dot{q} = \dot{Q}_W/A_W$ erzeugt. Die Konfiguration ist symmetrisch bezüglich einer bei $X = 0,5 \times B$ in Längsrichtung verlaufenden Symmetrieebene. Die maximale Höhe H der Testkonfiguration beträgt $H = 2200 \text{ mm}$. Aus dieser Höhe erfolgt die Zuführung von kühler Luft mit dem Volumenstrom \dot{V}_{in} . Hierzu sind in der Decke in longitudinaler Richtung jeweils fünf Lufteinlassmodule auf beiden Seiten integriert. Jedes Einlassmodul besteht aus einer Beruhigungskammer und zwei spaltförmigen Einlässen. Die



(a) Draufsicht: Positionen der 48 Quellen mit konstanter Wärmeleistung. Die Positionen der Lufteinlässe im Deckenbereich sind grün markiert. Die Länge L und Breite B der rechteckigen Grundfläche der Konvektionszelle sowie die Länge L_s eines Lufteinlassmoduls sind markiert.



(b) Querschnitt: Position der Lufteinlässe im Deckenbereich (blaue Pfeile) sowie Position der Luftauslässe (rote Pfeile). Die Seitenwände unterhalb der Lufteinlässe sind konvex gekrümmt. Die maximale Höhe H der Zelle ist markiert.

Abbildung 3.1.: Schematische Darstellung der Draufsicht (a) und des Querschnitts (b) der generischen Flugzeugkabine.

ankommende Luft trifft in der Beruhigungskammer auf eine Prallplatte, wodurch die Luft gleichmäßig über die Länge des Einlassmoduls verteilt wird. Dadurch ist eine homogene Einströmung in die Konvektionszelle durch die beiden Spalte gewährleistet (blaue Pfeile in Abbildung 3.1b). Die Länge L_s und Breite B_s eines Spalts betragen $L_s = 1100 \text{ mm}$ und $B_s = 25 \text{ mm}$. Die Größe der Einströmfläche A_{in} ist durch $A_{\text{in}} = 0,55 \text{ m}^2$ gegeben. Unterhalb der Lufteinlässe ist die Kontur der Seitenwände konvex gekrümmt. Die Luft verlässt die Zelle im Bereich des Bodens über 12 Luftauslässe (rote Pfeile in Abbildung 3.1b). Da aufgrund der Größe der Konvektionszelle ein hermetischer Verschluss schwierig ist, wird an den Luftauslässen ein geringer Unterdruck erzeugt, um definierte Ausflussbedingungen in der Zelle zu erzeugen. Auf jeder Seite der Testkonfiguration befinden sich sechs dieser Auslässe in longitudinaler Anordnung in einer Höhe von 50 mm über dem Boden. Sie haben jeweils eine Länge von 900 mm und eine Breite von 50 mm. Zur Bilanzierung der Wärmeströme werden an den Luftein- und Luftauslässen Widerstandstempersensoren des Typs PT100 angebracht. Aus der durch die Wärmequellen eingebrachten Wärmeleistung und dem Enthalpiestrom $\dot{Q}_{\text{in-out}}$ zwischen Ein- und Auslass wird der Wärmeverlust \dot{Q}_{SW} durch die Seitenwände berechnet. Aus der Energieerhaltung folgt die Bilanzgleichung

$$48 \cdot \dot{Q}_{\text{W}} + \dot{Q}_{\text{in-out}} + \dot{Q}_{\text{SW}} = 0. \quad (3.1)$$

In der verwendeten Vorzeichenkonvention werden Wärmeströme in das System positiv gewertet. Mit $\dot{Q}_{\text{in-out}} = -c_p \cdot \dot{m} \cdot (\Theta_{\text{out}} - \Theta_{\text{in}})$ lässt sich aus den gemessenen Ein- und Auslasstemperaturen Θ_{in} und Θ_{out} sowie dem bekannten Massenstrom \dot{m} der Enthalpiestrom berechnen. Der Wärmeverlust berechnet sich nach

$$\dot{Q}_{\text{SW}} = -(48 \cdot \dot{Q}_{\text{W}} + \dot{Q}_{\text{in-out}}). \quad (3.2)$$

Aus diesem lässt sich eine verlustkorrigierte Auslasstemperatur $\Theta_{\text{out}}^{\dagger} = \Theta_{\text{out}} + \Delta\Theta^{\dagger}$ bestimmen, mit $\Delta\Theta^{\dagger} = -\dot{Q}_{\text{SW}}/c_p \cdot \dot{m}$. Alle gemessenen Auslasstemperaturen werden so auf einen verlustfreien Wert korrigiert und im Folgenden nur noch mit Θ_{out} bezeichnet (ohne \dagger). Dies gewährleistet eine bessere Vergleichbarkeit der Ergebnisse bei sich ändernden Randbedingungen. Tabelle 3.1 gibt eine Übersicht aller

geometrischen Parameter der Konfiguration. Die Verkleidung besteht aus einer Holzrahmenkonstruktion und ist mit Glaswolle thermisch nach außen isoliert. Die Vorder- und Hinterseite ist aus Acrylglas, um optischen Zugang für die Messung des Geschwindigkeitsfeldes zu ermöglichen. Auf Basis dieser Konfiguration kann eine Vielzahl an Strömungszuständen in konvektiven Luftströmungen bei klar definierten Randbedingungen reproduzierbar generiert werden.

3.2. Messung des Geschwindigkeitsfeldes

Zur Analyse der großskaligen kohärenten Strömungsstrukturen mittels POD nach Abschnitt 4.2 wird die Zeitreihe eines Geschwindigkeitsfeldes benötigt. Hierzu wird ein planares Geschwindigkeitsfeld in der Messebene $Z = 0,5 \times L$ mittels two-component two-dimensional Particle Image Velocimetry (2C2D-PIV) aufgenommen [42]. Dabei handelt es sich um eine optische nicht-invasive Methode zur Messung instantaner Geschwindigkeitsfelder. Das Fluid wird mit sogenannten Impfpartikeln angereichert. Diese werden mit Hilfe von kurzen Lichtpulsen zweimal kurz hintereinander beleuchtet. Das Streulicht wird mit Hilfe einer Kamera aufgenommen. Aus der Kreuzkorrelation kleiner Abfragefenster dieser zwei Partikelensembles können lokale Versatzvektoren berechnet werden, die mit Hilfe der Abbildungsvorschrift und der Zeitdifferenz zwischen den beiden Lichtpulsen in Ge-

Tabelle 3.1.: Übersicht geometrischer Parameter der Konvektionszelle.

Bezeichnung	Formelzeichen	Wert
Querschnittsfläche der Zelle	A_Q	8,33 m ²
Oberfläche einer Wärmequelle	A_W	1,3 m ²
Einströmfläche in die Konvektionszelle	A_{in}	0,55 m ²
Umfang der Querschnittsfläche	U_Q	13 500 mm
Länge der Zelle	L	7000 mm
Breite der Zelle	B	5000 mm
Maximale Höhe der Zelle	H	2200 mm
Höhe einer Wärmequelle	H_W	1390 mm
Länge Lufteinlassspalt	L_s	1100 mm
Breite Lufteinlassspalt	B_s	25 mm

schwindigkeitsvektoren umgerechnet werden. Abbildung 3.2 zeigt den Aufbau zur Bestimmung des Geschwindigkeitsfeldes mit Hilfe von PIV. Zur Beleuchtung der Impfpartikel innerhalb der Messebene werden zwei Nd:YAG Laser mit jeweils einer Pulsenergie von 350 mJ/Puls verwendet, da aufgrund der Größe des Messbereiches die Leistung eines Lasers nicht ausreichend wäre. Um eine möglichst gleichmäßige Ausleuchtung des Messbereiches zu gewährleisten, werden die Lichtschnitte derart in die Testkonfiguration eingekoppelt, dass sie sich innerhalb der Messebene zu einer großen Ebene überlagern. Beide Laserstrahlen werden durch ein baugleiches Linsensystem geführt, um sie flächig mit einem Öffnungswinkel von etwa 40° aufzuweiten. Das Linsensystem besteht aus einer Teleskopanordnung - Konkavlinse gefolgt von Konvexlinse - zur Aufweitung des Strahls sowie einer Zylinderlinse zur Strahlauffächerung. Die Brennweiten der Linsen betragen $f_{\text{konkav}} = -50$ mm, $f_{\text{konvex}} = 200$ mm und $f_{\text{zylinder}} = -25$ mm. Die kohärente Lichtquelle und die Lichtschnittoptik befinden sich unterhalb der Konvektionszelle. Durch eine Glasplatte im Boden an der Position $Z = 0,5 \times L$ werden die beiden Lichtschnitte über Kreuz in die Konvektionszelle geführt und dort zu einer den gesamten Querschnitt erfassenden Ebene vereint. Die Dicke der Lichtebeine in der Messebene beträgt circa 3 cm.

Als Impfpartikel werden mit Helium gefüllte Seifenbläschen (HFSB = helium-filled soap bubbles) verwendet. Gegenüber Öltröpfchen, welche Durchmesser zwischen $1 - 5 \mu\text{m}$ erreichen [1] und häufig für PIV-Messungen verwendet werden, haben die Bläschen einen vielfach größeren Durchmesser von $300 \mu\text{m}$ [8]. Aufgrund des großen Durchmessers der Seifenblasen wird mehr Licht in Richtung Kamera gestreut, was aufgrund der kurzen Belichtungszeiten der Doppelbilder, insbesondere bei dem großen Sichtfenster, ein Vorteil ist. Die Seifenbläschen werden von einem HFSB-Generator der Firma LaVision generiert und haben eine Lebensdauer von einigen Minuten[18]. Die zur Erzeugung der Seifenbläschen verwendete Düse besteht aus zwei coaxialen Röhren. Während die Seifenflüssigkeit durch den äußeren Kanal fließt, wird das Helium in der inneren Röhre transportiert. Nach dem Verlassen der coaxialen Röhre entsteht ein zylinderförmiger Strahl, der im Inneren mit Helium gefüllt ist. Durch einen ringförmigen Kanal um die coaxiale Röhre wird Druckluft bereitgestellt, die den zylinderförmigen Strahl aus der Düse drückt und ein Aufbrechen in Seifenbläschen gleicher Größe bewirkt. Für eine detaillierte Be-

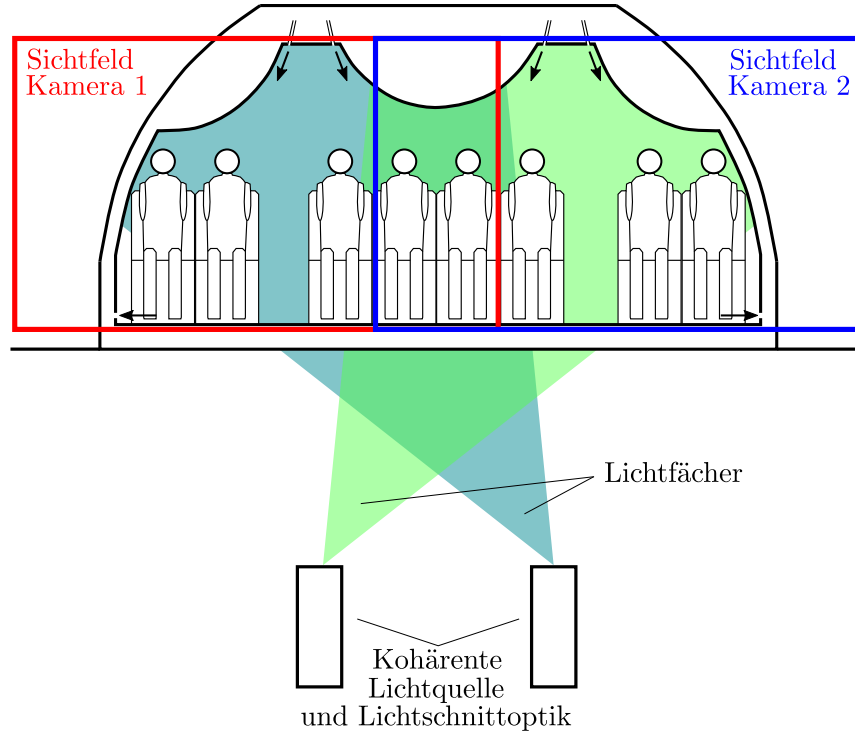


Abbildung 3.2.: Schematische Darstellung des Aufbaus zur Einkopplung der Lichtschnitte in die Testkonfiguration an der Position $Z = 0,5 \times L$. Die Sichtfelder der beiden Kameras sind markiert.

beschreibung des HFSB-Generators und der Eigenschaften der mit Helium gefüllten Seifenbläschen wird auf Bosbach et al. [9] verwiesen. Die Seifenbläschen sind durch das Helium auftriebsneutral, wodurch sie ein gutes Folgeverhalten haben [34]. Da der Eigenimpuls der Seifenblasen beim Austritt aus dem HFSB-Generator klein gegenüber den Strömungsgeschwindigkeiten innerhalb der Messebene ist, kann die Injektion innerhalb der Konvektionszelle erfolgen. Hierzu werden bei $Z \approx L$ auf beiden Seiten der Zelle jeweils zehn Düsen installiert. Die turbulente Strömung sorgt für eine gute Durchmischung, sodass eine homogene Verteilung der Impfpartikel gewährleistet ist.

Das an den Impfpunkten gestreute Laserlicht wird von zwei Kameras mit Peltier-gekühltem CCD Sensor mit einer Auflösung von $4008 \times 2672 \text{ px}^2$ aufgenommen. Beide Kameras befinden sich außerhalb der Kabine in gleichem Abstand zum Lichtschnitt. Sie sind mit Linsen der Brennweite $f_{\text{Kamera}} = 50 \text{ mm}$ (Planar

T* 1.5/50, Carl Zeiss) ausgerüstet und senkrecht zur Lichtebene ausgerichtet. Die Kameras haben einen lateralen Versatz, sodass das Sichtfeld der einen Kamera auf die linke und das Sichtfeld der anderen Kamera auf die rechte Hälfte ausgerichtet ist. Die Sichtfelder beider Kameras sind in Abbildung 3.2 markiert. Der mittlere Teil der Querschnittsfläche wird von beiden Kameras erfasst. Hierdurch ist es möglich, die resultierenden Geschwindigkeitsfelder beider Sichtfelder nachträglich zu einem gesamten Geschwindigkeitsfeld zu kombinieren.

Die Temperatur der zugeführten Luft beträgt in allen Messungen nahezu konstant $\Theta_{\text{in}} \approx 12,0 \text{ }^{\circ}\text{C}$. Variiert werden die Wärmeleistung \dot{Q}_W der Wärmequellen sowie der Volumenstrom \dot{V}_{in} . Für drei unterschiedliche Volumenströme $0,385 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$, $0,426 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$ und $0,489 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$ werden jeweils vier unterschiedliche Wärmeleistungen von 0 W, 60 W, 75 W und 90 W untersucht. Dadurch ergeben sich insgesamt 12 Parametervariationen. Zu jeder Kombination erfolgen mindestens fünf unabhängige Messungen mit 121 instantanen Geschwindigkeitsfeldern pro Kamera, was bei einer Bildaufnahmefrequenz von $\omega = 1,1 \text{ Hz}$ zu Messdauern von jeweils 109 Sekunden führt. Für alle Kombinationen mit einer Wärmeleistung von 75 W sowie die Fälle $(0,385 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}, 90 \text{ W})$ und $(0,426 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}, 90 \text{ W})$ erfolgt zusätzlich jeweils eine Langzeitmessung zur Erfassung der Dynamik von kohärenten großskaligen Strukturen. Für eine Langzeitmessung wird eine Zeitreihe von 3600 instantanen Geschwindigkeitsfeldern pro Kamera aufgenommen, was bei der angegebenen Bildaufnahmefrequenz einer Messdauer von etwa 54 Minuten entspricht.

4. Analyse großskaliger Strukturen

4.1. Wirbeldetektionsalgorithmus

In turbulenten konvektiven Strömungen treten sowohl klein- als auch großskalige Rollenstrukturen auf. Die großskaligen Strukturen enthalten typischerweise einen höheren Anteil der Gesamtenergie und spielen für die Dynamik des Systems und den Transport von Wärme eine wesentliche Rolle. Aus diesem Grund ist es von Interesse, grundlegende geometrische Eigenschaften dieser großskaligen Strukturen (Durchmesser, Zentrumsposition) zu ermitteln. Die automatische Detektion und Charakterisierung der großskaligen Zirkulationen ist häufig schwierig, da sie in der Regel von kleinskaligen Wirbelstrukturen überlagert sind. Etablierte Wirbeldetektionsverfahren wie das Δ - oder Q -Kriterium [23] eignen sich zur Lokalisierung kleinskaliger Wirbelstrukturen. Für die Detektion großräumiger Rollenstrukturen sind sie jedoch ungeeignet. Die Lokalisierung erfolgt daher nach einem Algorithmus von Michard et al. [16] und beruht auf der Berechnung der dimensionslosen skalaren Funktion Γ . Die Funktion ist für ein gegebenes zweidimensionales Geschwindigkeitsfeld $\mathbf{u}(\mathbf{x})$ am Ort \mathbf{x} durch

$$\Gamma(\mathbf{x}) := \frac{1}{S} \int_{\mathbf{x}' \in S} \frac{(\mathbf{r}(\mathbf{x}') \times \mathbf{u}(\mathbf{x}')) \cdot \hat{\mathbf{e}}_z}{|\mathbf{r}(\mathbf{x}')| \cdot |\mathbf{u}(\mathbf{x}')|} dS = \frac{1}{S} \int_{\mathbf{x}' \in S} \frac{((\mathbf{x}' - \mathbf{x}) \times \mathbf{u}(\mathbf{x}')) \cdot \hat{\mathbf{e}}_z}{|\mathbf{x}' - \mathbf{x}| \cdot |\mathbf{u}(\mathbf{x}')|} dS \quad (4.1)$$

definiert. Dabei bezeichnet S eine Fläche um den festen Punkt \mathbf{x} , \mathbf{x}' einen Punkt innerhalb von S , $\mathbf{r}(\mathbf{x}') = \mathbf{x}' - \mathbf{x}$ den Ortsvektor von \mathbf{x}' mit Ursprung in \mathbf{x} , $\hat{\mathbf{e}}_z$ den Normalenvektor senkrecht zur Fläche S und $\mathbf{u}(\mathbf{x}')$ den Geschwindigkeitsvektor an der Stelle \mathbf{x}' . Die räumliche Mittelung im Integral über das Gebiet S entspricht ei-

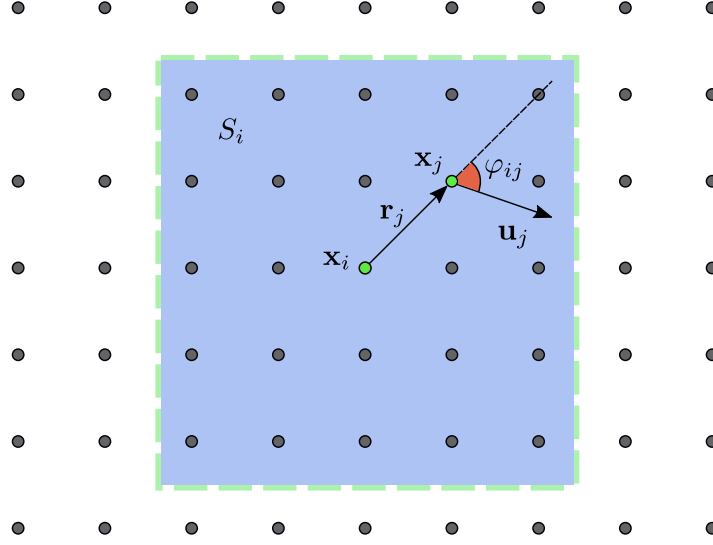


Abbildung 4.1.: Skizze zur Berechnung von Γ an der Stelle \mathbf{x}_i . In die Berechnung gehen alle im Gebiet S_i liegenden Gitterpunkte \mathbf{x}_j und die Geschwindigkeitsvektoren \mathbf{u}_j ein. φ_{ij} ist der Winkel zwischen \mathbf{u}_j und dem Ortsvektor $\mathbf{r}_j = \mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i$.

nem Tiefpassfilter. Hierdurch werden kleine Wirbelstrukturen, die die großskaligen Zirkulationen überlagern, herausgefiltert. Die skalare Funktion Γ ist dimensionslos und normiert auf das Intervall $-1 \leq \Gamma \leq 1$, wobei die Funktion ihren maximalen Betrag im Wirbelzentrum erreicht. Mit Hilfe des Algorithmus ist es somit möglich, das Wirbelzentrum der großskaligen Strukturen automatisiert zu identifizieren. Das Vorzeichen der Funktion gibt Aufschluss über die Drehrichtung des Wirbels (positiv bei Drehung gegen den Uhrzeigersinn).

Zur Anwendung des Wirbeldetektionsalgorithmus auf ein instantanes Geschwindigkeitsfeld mit diskreter räumlicher Auflösung wird jedem Gitterpunkt \mathbf{x}_i eine Umgebung S_i identischer Größe zugeordnet. Abbildung 4.1 veranschaulicht in einer Skizze die geometrischen Zusammenhänge. Die Berechnung von Γ erfolgt dann über

$$\Gamma(\mathbf{x}_i) = \frac{1}{M-1} \sum_{\mathbf{x}_j \in S_i} \frac{((\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i) \times \mathbf{u}_j) \cdot \hat{\mathbf{e}}_z}{|\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i| \cdot |\mathbf{u}_j|} = \frac{1}{M-1} \sum_{\mathbf{x}_j \in S_i} \sin(\varphi_{ij}). \quad (4.2)$$

Dabei ist M die Anzahl an Gitterpunkten innerhalb von S_i und φ_{ij} der Winkel zwischen dem Ortsvektor $\mathbf{r}_j = \mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i$ und dem Geschwindigkeitsvektor \mathbf{u}_j .

4.2. Proper Orthogonal Decomposition

Eine weitere in dieser Arbeit eingesetzte Methode zur Analyse und Charakterisierung dominanter Strömungsstrukturen ist die Proper Orthogonal Decomposition (POD). Ziel des Verfahrens ist die bimodale Zerlegung einer von Ort und Zeit abhängigen Funktion $u(\mathbf{x}, t)$ in ortsabhängige Basisfunktionen $\psi_i(\mathbf{x})$ und zeitabhängige Funktionen $a_i(t)$. Die Funktion u wird nach den ortsabhängigen Basisfunktionen ψ_i entwickelt, deren Koeffizienten durch die zeitabhängigen Funktionen a_i gegeben sind

$$u(\mathbf{x}, t) = \sum_i a_i(t) \psi_i(\mathbf{x}). \quad (4.3)$$

Die Zerlegung ist bi-orthogonal, das heißt, die Funktionen ψ_i sowie die Funktionen a_i erfüllen jeweils die Orthogonalitätsbedingung. Dabei sollte berücksichtigt werden, dass das Verfahren der POD auf keiner physikalischen Grundlage basiert sondern eine rein statistische Methode ist. Handelt es sich bei der Funktion $u(\mathbf{x}, t)$ um ein Geschwindigkeitsfeld, ist es nach Lumley [30] auf Grundlage physikalischer Intuition und Erfahrung möglich, einer ortsabhängigen Basisfunktion $\psi_i(\mathbf{x})$ eine energiegewichtete Strömungsstruktur zuzuordnen. Aufgrund der Orthogonalität der Basisfunktionen folgt, dass die so erhaltenen Strömungsstrukturen unkorreliert sind. Die Basisfunktionen können zur Charakterisierung unterschiedlicher kohärenter Strukturen (Zustände) der untersuchten Strömung verwendet werden. Die zeitliche Variabilität einer Strömungsstruktur ψ_i wird durch den dazugehörigen Zeitentwicklungskoeffizienten $a_i(t)$ repräsentiert. Approximiert man $u(\mathbf{x}, t)$ nach Gleichung 4.3 unter Verwendung einer echten Teilmenge aus der Menge aller Basisfunktionen ψ_i , erhält man ein Modell reduzierter Ordnung (ROM). Solch ein ROM lässt sich beispielsweise auch zur Datenkomprimierung verwenden [12][17].

In der hier vorliegenden Untersuchung werden die aus der PIV-Messung erhaltenen instantanen Geschwindigkeitsvektorfelder mit Hilfe der POD zerlegt, um großskalige kohärente Strukturen innerhalb des Strömungsfeldes zu identifizieren. Die hierfür in der Literatur am häufigsten vorgeschlagenen Methoden sind die Direkte Methode von Berkooz [6] sowie die Snapshot Methode von Sirovich [47]. Aus praktischen Gründen kommt die Methode von Sirovich zum Einsatz, da diese effi-

zienter ist und somit weniger Rechenzeit beansprucht (vergleiche Abschnitt POD und PIV). Beide Methoden sind geprüft und zeigen keine signifikanten Unterschiede voneinander [3], [19].

Konzept

Sei ein Ensemble skalarer Felder $\{u^{(n)}\}$ gegeben, wobei $u = u(\mathbf{x})$ eine Funktion des Ortes ist. Um u auf eine neue orthonormale Basis zu projizieren, setzen wir voraus, dass diese Funktionen Elemente des Hilbertraumes \mathbb{L}^2 sind. Für $f, g \in \mathbb{L}^2$ definiert

$$(f, g) := \int f(\mathbf{x})g^*(\mathbf{x})d\mathbf{x} \quad (4.4)$$

das Skalarprodukt. Das Sternchen $*$ steht für komplexe Konjugation. Die durch dieses Skalarprodukt induzierte Norm ist gegeben durch $\|f\| := \sqrt{(f, f)}$. Mit Hilfe der Proper Orthogonal Decomposition wird eine neue Basis $\psi_i(\mathbf{x})$ orthonormaler Eigenfunktionen so berechnet, dass die zeitlich gemittelten Projektionen der skalaren Felder $u^{(n)}$ auf die Basiselemente ψ_i maximal sind:

$$\psi_i(\mathbf{x}) = \max_{\psi \in L^2} \frac{\langle |u, \psi|^2 \rangle}{\|\psi\|^2}, \quad (4.5)$$

wobei $|\cdot|$ den Betrag, $\langle \cdot \rangle$ die zeitliche Mittelung und $\|\cdot\|$ die \mathbb{L}^2 -Norm darstellt. Nebenbedingung dieses Maximierungsproblems ist die Orthogonalität aller Basiselemente untereinander, also

$$(\psi_i, \psi_j) = \delta_{ij} \quad (4.6)$$

mit dem Kronecker-Delta δ_{ij} . Mittels Variationsrechnung wird das Extremalproblem auf die homogene Fredholm Integralgleichung zweiter Ordnung

$$\int \langle u(\mathbf{x})u^*(\mathbf{x}') \rangle \psi_i(\mathbf{x}')d\mathbf{x}' = \lambda_i \psi_i(\mathbf{x}) \quad (4.7)$$

mit Eigenwert λ_i zurückgeführt. Die gesuchte Basis $\{\psi_i\}$ ist durch die Eigenfunktionen dieser Integralgleichung gegeben, deren Kern die gemittelte räumliche Au-

Autokorrelationsfunktion $\mathbf{R}(\mathbf{x}, \mathbf{x}') := \langle u(\mathbf{x})u^*(\mathbf{x}') \rangle$ ist. Darüber hinaus gewährleistet die Hilbert-Schmidt-Theorie, dass es eine abzählbar unendliche Menge von Eigenwerten und Eigenfunktionen gibt, die eine diagonale Zerlegung der gemittelten Autokorrelationsfunktion ermöglichen

$$\mathbf{R}(\mathbf{x}, \mathbf{x}') = \sum_{i=1}^{\infty} \lambda_i \psi_i(\mathbf{x}) \psi_i^*(\mathbf{x}') \quad (4.8)$$

sowie die Orthogonalität der Eigenfunktionen ψ_i untereinander. Zudem ist die Autokorrelationsfunktion \mathbf{R} nicht-negativ definit und die Eigenwerte reell, sodass alle Eigenwerte $\lambda_i \geq 0$ sind. Jedes Ensemblemitglied $u(\mathbf{x})$ lässt sich als Linearkombination der neuen Basiselemente darstellen,

$$u(\mathbf{x}) = \sum_i a_i \psi_i(\mathbf{x}). \quad (4.9)$$

Aus der Diagonalisierbarkeit der Autokorrelationsfunktion folgt für die Koeffizienten a_i die Orthogonalitätsrelation

$$\langle a_i a_j^* \rangle = \delta_{ij} \lambda_j, \quad (4.10)$$

sodass die Koeffizienten der neuen Darstellung im Mittel unkorreliert sind.

POD und PIV

Sei $\{\mathbf{u}^{(n)}\}$ eine Zeitreihe aus N zeitlich äquidistanten Geschwindigkeitsvektorfeldern, die mit der Wiederholungsrate ω auf einem diskreten quadratischen Gitter aufgenommen werden. Jedes Ensemblemitglied stellt eine Momentaufnahme des Geschwindigkeitsfeldes dar und wird im Folgenden als «Snapshot» bezeichnet. Aus jedem dieser Snapshots lässt sich ein $2K$ -dimensionaler Zustandsvektor der Form

$$\mathbf{v} = (u_1, \dots, u_K, v_1, \dots, v_K)^T \quad (4.11)$$

bilden, wobei u und v die Geschwindigkeitskomponenten in x - und y -Richtung darstellen und K die Anzahl der Gitterpunkte ist. Alle Zustandsvektoren werden

in Spalten in der Zustandsmatrix

$$\mathbf{V} = (\mathbf{v}^{(1)} \quad \dots \quad \mathbf{v}^{(N)}) \quad (4.12)$$

zusammengefasst. Bei der Direkten Methode werden die Basisfunktionen ψ_i aus den Eigenvektoren der Autokorrelationsabbildung $\mathbf{R} = \frac{1}{N} \mathbf{V} \mathbf{V}^T$ berechnet. Da $\mathbf{R} \in \mathbb{R}^{2K \times 2K}$ und K hohe Werte annimmt ($K > 10^5$), ist das Eigenwertproblem zu rechenaufwendig. Eine Alternative bietet die Schnappschuss Methode. Die Zustandsvektoren \mathbf{v} werden durch die ersten N (anstelle von $2K$) Basisfunktionen ψ_i approximiert, also

$$\mathbf{v}^{(n)} = \sum_{i=1}^N a_i(t_n) \psi_i. \quad (4.13)$$

Ausgehend vom ursprünglichen Eigenwertproblem kann man zeigen, dass die Basisselemente ψ_i als Linearkombinationen der Schnappschüsse darstellbar sind [45],

$$\psi_i = \sum_{j=1}^N b_i^j \mathbf{v}^{(j)}, \quad (4.14)$$

wobei die Koeffizienten b_i^j dieser Expansion die Komponenten der Eigenvektoren \mathbf{b}_i des Eigenwertproblems

$$\mathbf{D} \mathbf{b}_i = \lambda_i \mathbf{b}_i \quad (4.15)$$

sind. Der Operator $\mathbf{D} \in \mathbb{R}^{(N \times N)}$ hat die Form

$$\mathbf{D} = \frac{1}{2K} \mathbf{V}^T \mathbf{V} \quad (4.16)$$

und stellt die zeitliche Autokorrelationsfunktion dar. Dieses Eigenwertproblem lässt sich wegen $N \ll K$ einfacher lösen. Die gefundenen Eigenvektoren \mathbf{b}_i werden in Spalten geordnet zur Matrix \mathbf{B} zusammengefasst. Die Spalten der Matrix $\mathbf{\Psi} = \mathbf{V} \mathbf{B}$ enthalten dann die gesuchten N orthogonalen Basisvektoren ψ_i .

Physikalische Interpretation

Die Berechnung der Basisfunktionen ψ_i mittels POD beruht auf Maximierung der zeitlich gemittelten Projektionen der Geschwindigkeitsfelder auf diese, also einer rein statistischen Analyse ohne physikalische Grundlage. Die Interpretation der Eigenfunktionen als relevante Strömungsstrukturen ist möglich, kann aber nur auf Grundlage fluiddynamischer Gesetzmäßigkeiten und Erfahrung stattfinden.

Aufgrund der Orthogonalität der Eigenfunktionen ψ_i werden diese als kohärente Strömungsstrukturen oder auch Eigenmoden bezeichnet. Der Eigenwert λ_i ist nach Gleichung 4.10 gegeben durch

$$\lambda_i = \langle |(\psi_i, \mathbf{v}^{(n)})|^2 \rangle \quad (4.17)$$

und kann als mittlere kinetische Energie der Mode ψ_i interpretiert werden, da die Einträge der Autokorrelationsmatrix Geschwindigkeitsquadraten entsprechen. Dies legt den Schluss nahe, eine kinetische «Gesamtenergie» E der Moden als Summe aller Eigenwerte festzulegen

$$E = \sum_{i=1}^N \lambda_i. \quad (4.18)$$

Anhand der Größe des Eigenwerts λ_i einer Mode ψ_i lässt sich somit der Energieanteil einer Strömungsstruktur ermitteln. Man erhält die Eigenwerte aus der POD in fallender Reihenfolge, sodass die erste Eigenfunktion ψ_1 mit dem größten Eigenwert in der Regel die größte kohärente Struktur darstellt. Dadurch lässt sich untersuchen, wie viele Eigenmoden benötigt werden, um eine vorgegebene Energieschwelle E_{\min} zu überschreiten. Das kleinste m , das die Ungleichung

$$E_{\min} \leq \sum_{i=1}^m \lambda_i \quad (4.19)$$

erfüllt, definiert die zur Überschreitung der Energieschwelle benötigten Eigenmoden $\{\psi_i\}_{i=1}^m$. Aus der Analyse der Zeitreihe $a_i(t)$ des Entwicklungskoeffizienten der Mode ψ_i lässt sich die Dynamik einer kohärenten Struktur untersuchen. Für $a_i(t) \approx 0$ ist die Mode inaktiv. Für $a_i(t) \neq 0$ ist die Mode aktiv und beschreibt je

nach Vorzeichen zwei unterschiedliche Ausprägungen eines Zustands.

5. Auswertung

5.1. Interpolationsalgorithmus

Um das Geschwindigkeitsfeld über die gesamte Fläche des Lichtschnitts mit möglichst hoher Auflösung aufzunehmen, werden zwei Kameras verwendet. Wie in Abbildung 3.2 zu sehen, überlappen sich die Sichtfelder beider Kameras in der Mitte der Konvektionszelle. Zur Vereinigung der Geschwindigkeitsfelder beider Sichtfelder wird der folgende Interpolationsalgorithmus verwendet. Die Schritte des Algorithmus werden anhand eines Beispiels erläutert. Alle instantanen Geschwindigkeitsfelder, Mittelwertbilder sowie Fluktuationsfelder werden nach diesem Verfahren erstellt.

Zu einem festen Zeitpunkt werden aus den Doppelbildaufnahmen von Kamera 1 und 2 die Geschwindigkeitsfelder der entsprechenden Sichtfelder mittels der Software PIVView 2.4 [40] berechnet. Ungewollte Lichtreflexionen an Oberflächen treten zeitunabhängig auf und führen zu hohen Helligkeitswerten an einigen Pixeln. Dagegen führt der Durchgang eines Impfpartikels nur zu einer zeitlich begrenzten Erhöhung des Helligkeitswertes. Für jedes Kamerabild wird aus den nächstliegen-

Tabelle 5.1.: Verarbeitungsparameter für die Berechnung der in die Querschnittsebene projizierten Geschwindigkeitsfelder der Kurz- und Langzeitmessungen in PIVView. Der Vergrößerungsfaktor beträgt 1,19854 px/mm.

		Kurz	Lang
Größe der Auswertefenster	[px ²]	24 × 24	24 × 24
Schrittweite	[px ²]	8 × 8	8 × 8
Wiederholungsrate	[Hz]	1, 1	1, 1
Geschwindigkeitsvektoren pro Bild	[—]	164838	164838
Anzahl an Zeitschritten	[—]	121	3600

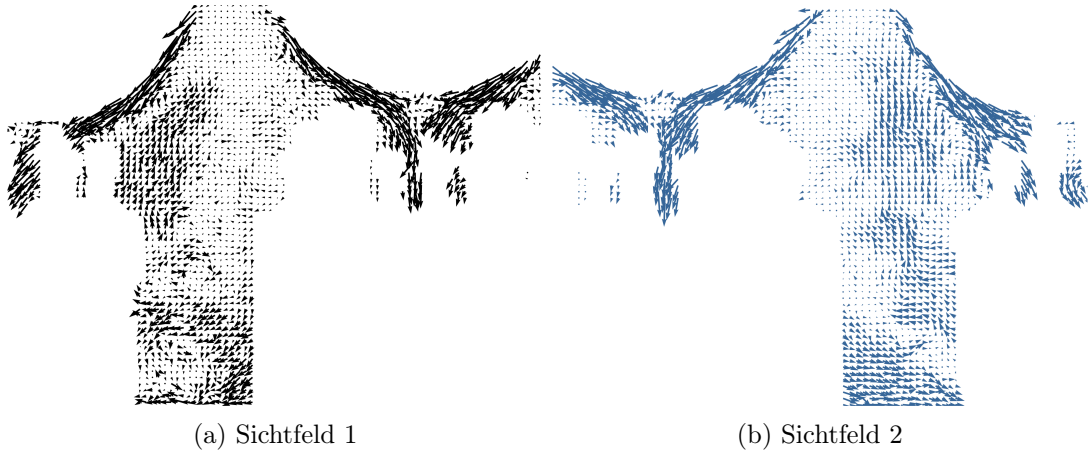


Abbildung 5.1.: Instantane planare Geschwindigkeitsfelder für das linke Sichtfeld (schwarz) und das rechte Sichtfeld (blau). Aus Gründen der Darstellung wird nur jeder fünfte Vektor dargestellt.

den 20 benachbarten Bildern ein Minimumbild berechnet. Einem bestimmten Pixel wird dabei der Minimalwert dieses Pixels innerhalb der entsprechenden Bilderfolge zugeordnet. Dieses gleitende Minimumbild wird anschließend von jedem Kamerabild abgezogen, um unerwünschte Reflexionen zu eliminieren. Die verwendeten PIVView-Auswerteparameter sind in Tabelle 5.1 zusammengefasst. Die Größe der für die lokale Kreuzkorrelation verwendeten Bildbereiche beträgt in Raummaßen $20 \text{ mm} \times 20 \text{ mm} = 400 \text{ mm}^2$. Der Überlapp benachbarter Bildbereiche wird auf 66 % gesetzt. Abbildung 5.1 zeigt instantane Geschwindigkeitsfelder beider Sichtfelder. Der konvexe Verlauf der Wandkontur im mittleren Bereich (siehe Abbildung 3.1b) dient als grobe Orientierung, um beide Geschwindigkeitsfelder durch horizontale Überlagerung zu vereinigen. Eine vertikale Überlagerung wird nicht durchgeführt, da die Kameras in gleicher Höhe montiert sind. Die Geschwindigkeitsfelder werden für eine variierende Anzahl an Gitterpunkten horizontal ineinander verschoben, um eine Ober- und Untergrenze für die optimale Überlagerung zu bestimmen. Dieser Schritt ist in Abbildung 5.2 dargestellt. Im so eingegrenzten Bereich wird quantitativ nach der bestmöglichen Überlagerung gesucht. Diese ist dadurch definiert, dass Geschwindigkeitsvektoren $\mathbf{u}_1(\mathbf{x}_i)$ und $\mathbf{u}_2(\mathbf{x}_i)$ der Sichtfelder 1 und 2 am Gitterpunkt i im Überlagerungsgebiet näherungsweise in dieselbe Richtung zeigen.

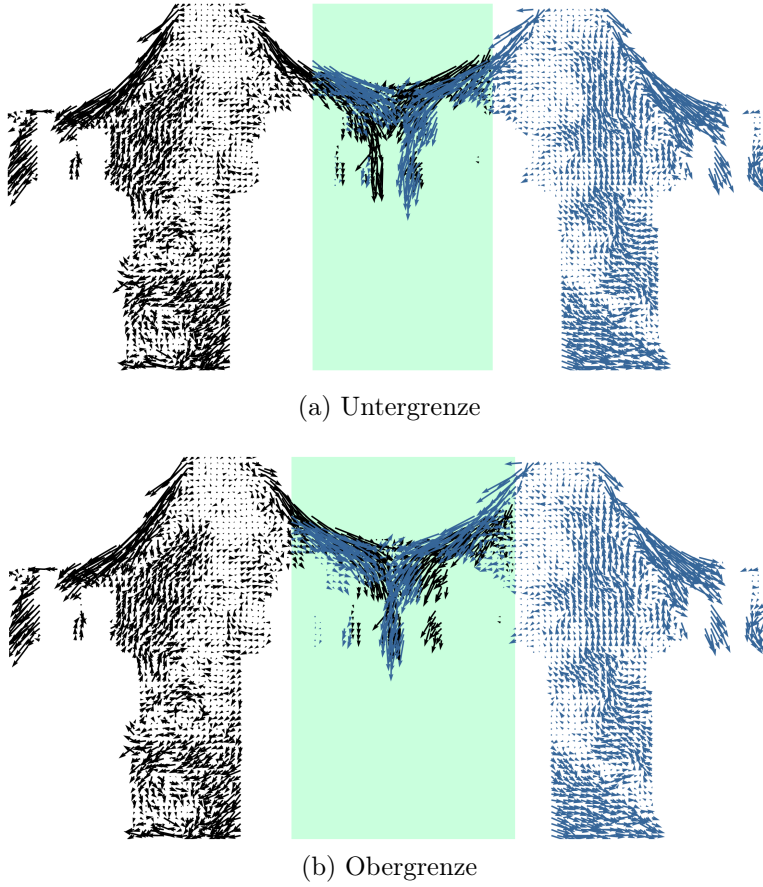


Abbildung 5.2.: Visuell ermittelte Unter- und Obergrenze für die optimale Anzahl überlappender Gitterpunkte. Der Überlagerungsbereich ist in grün hinterlegt.

Die Winkelabweichung ε_i zwischen beiden Vektoren wird mit

$$\varepsilon_i = \arccos \left(\frac{\mathbf{u}_1(\mathbf{x}_i) \cdot \mathbf{u}_2(\mathbf{x}_i)}{|\mathbf{u}_1(\mathbf{x}_i)| \cdot |\mathbf{u}_2(\mathbf{x}_i)|} \right)$$

berechnet. Der gewichtete Mittelwert $\bar{\varepsilon}$ der Winkelabweichungen im Überlagerungsgebiet dient als Qualitätsmaß einer gegebenen Überlagerung. Als Gewichte werden die mittleren Geschwindigkeitsmagnituden $|\bar{\mathbf{u}}(\mathbf{x}_i)|$ der beiden Geschwindigkeitsvektoren gewählt, zwischen denen die Winkelabweichung ε_i bestimmt wurde. Durch die Gewichtung orientiert sich die Überlagerung vor allem an Bereichen stärkerer Strömung. Je geringer $\bar{\varepsilon}$ ist, umso besser ist die dazugehörige Überlagerung. Der Fall optimaler Überlagerung wird im Minimum von $\bar{\varepsilon}$ erreicht. Die

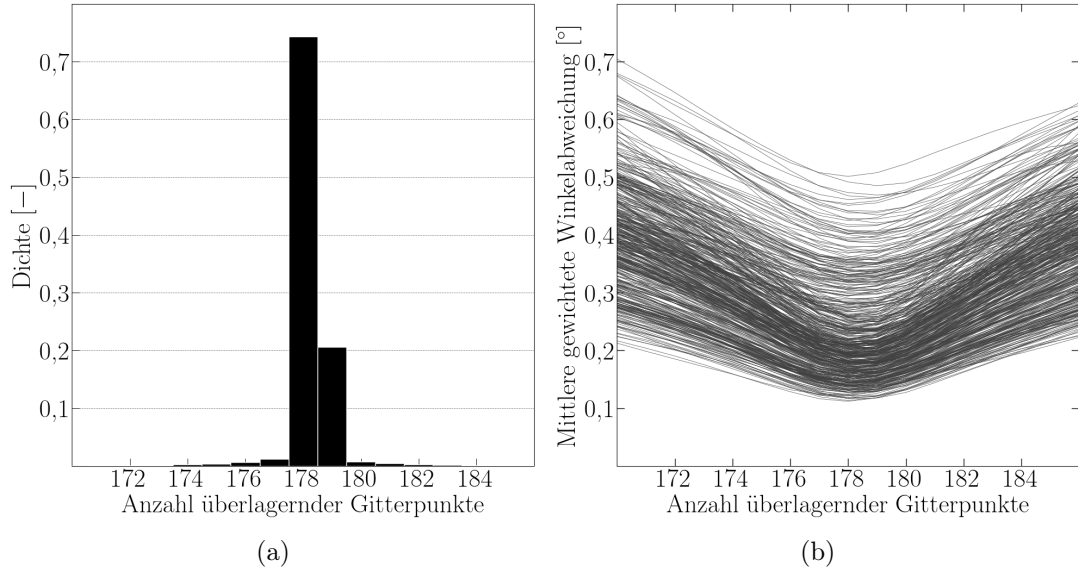


Abbildung 5.3.: (a) Häufigkeitsverteilung der berechneten optimalen Überlagerungswerte unter Berücksichtigung aller instantaner Geschwindigkeitsfelder. (b) Gewichteter Mittelwert von $\bar{\varepsilon}$ als Funktion der überlagerten Gitterpunkte für eine Auswahl instantaner Geschwindigkeitsfelder.

Berechnung erfolgt über

$$\bar{\varepsilon} = \frac{\sum_i (|\bar{\mathbf{u}}(\mathbf{x}_i)| \cdot \varepsilon_i)}{\sum_i |\bar{\mathbf{u}}(\mathbf{x}_i)|}.$$

Für jedes instantane Geschwindigkeitsfeld wird auf diese Art der bestmögliche Überlapp bestimmt. Abbildung 5.3a zeigt die Häufigkeitsverteilung der berechneten Überlagerungswerte. Hieraus ergibt sich ein optimaler Wert von 178 Gitterpunkten. Abbildung 5.3b illustriert für eine Auswahl instantaner Geschwindigkeitsfelder den Verlauf von $\bar{\varepsilon}$ als Funktion der Anzahl überlagelter Gitterpunkte. Man erkennt deutlich das Minimum, das bei einem Wert von 178 erreicht wird. Das neue Geschwindigkeitsfeld über den gesamten Querschnitt wird aus den Geschwindigkeitsfeldern der Sichtfenster 1 und 2 kombiniert. Unter Verwendung des optimalen Überlagerungswertes werden links vom Überlagerungsbereich die Werte aus Sichtfeld 1 übernommen, rechts die Werte aus Sichtfeld 2. Im Überlagerungsgebiet wird bei Vorhandensein von zwei Geschwindigkeitsvektoren der Mittelwert

aus beiden verwendet. Abbildung 5.4 zeigt das so konstruierte Geschwindigkeitsfeld, welches den gesamten Querschnitt in der Messebene $Z = 0,5 \times L$ erfasst.

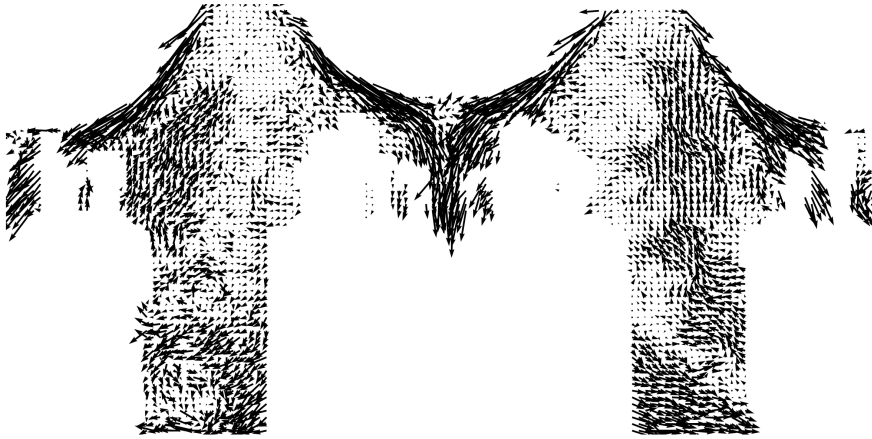


Abbildung 5.4.: Zusammengefügtes Geschwindigkeitsvektorfeld in der Messebene $Z = 0,5 \times L$.

5.2. Randbedingungen und Kennzahlen

Zur Ermittlung der Kennzahlen ist eine genaue Kenntnis der Randbedingungen erforderlich. Dies betrifft neben den geometrischen Abmessungen (angegeben in Abschnitt 3.1) den Volumenstrom \dot{V}_{in} in die Konvektionszelle, den Wärmestrom \dot{Q}_{W} der Wärmequellen, die Einlasstemperatur Θ_{in} sowie die verlustkorrigierte Auslasstemperatur Θ_{out} . Eine Auflistung dieser Größen findet sich für jede der zwölf Parametervariationen in Tabelle 5.2. Die Einlasstemperatur beträgt in allen Experimenten etwa 12°C . Für die isothermen Fälle stimmt sie überein mit der in Abschnitt 3.1 eingeführten verlustkorrigierten Auslasstemperatur. Für die Fälle mit Mischkonvektion ist die Auslasstemperatur aufgrund des Wärmeeintrags höher als die Einlasstemperatur.

Abgesehen von der Dichte sind die Stoffparameter von Luft, die in die Berechnung der Kennzahlen eingehen, in dem hier untersuchten Parameterbereich in guter Näherung konstant. Die Dichte ϱ ist in Tabelle 5.2 mit angegeben. Die verbleibenden Stoffparameter nehmen folgende Werte an: Kinematische Viskosität $\nu =$

$14,754 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$, Wärmeleitfähigkeit $\lambda = 25,311 \times 10^{-3} \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$, dynamische Viskosität $\eta = 18,205 \times 10^{-6} \text{ Pa} \cdot \text{s}$ und Wärmekapazität $c_p = 1006,4 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$. Für die Berechnung der dimensionslosen Kennzahlen sind neben den Stoffparametern und der Erdbeschleunigung g vier weitere das System charakterisierende Größen notwendig. Als charakteristische Länge für die Reynolds- und Grashofzahl wird der hydraulische Durchmesser $\ell = 4A_Q/U_Q$ verwendet. Für die Berechnung der Nusseltzahl wird als charakteristische Länge die Höhe H_W einer Wärmequelle verwendet. Die charakteristische Geschwindigkeit ist durch $U = \dot{V}_{\text{in}}/A_{\text{in}}$ definiert und entspricht der mittleren Einströmgeschwindigkeit. Die charakteristische Temperaturdifferenz ergibt sich aus der Differenz zwischen Auslass- und Einlasstemperatur $\Delta\Theta = \Theta_{\text{out}} - \Theta_{\text{in}}$. Die charakteristische Wärmestromdichte der Wärmequellen ist durch $\dot{q} = \dot{Q}_W/A_W$ gegeben. Alle verwendeten geometrischen Größen sind in Tabelle 3.1 aufgelistet. Die Kennzahlen werden entsprechend ihrer Definition aus Tabelle 2.2 berechnet und sind für alle zwölf Parametervariationen in Tabelle 5.3 aufgelistet.

Tabelle 5.2.: Volumenstrom \dot{V}_{in} , Wärmeleistung \dot{Q}_W , Einlasstemperatur Θ_{in} , verlustkorrigierte Auslasstemperatur Θ_{out} und Luftdichte ρ der zwölf Parametervariationen für isotherme Bedingungen sowie für Mischkonvektion. Die Werte in Klammern geben die Fluktuationen der jeweiligen Mittelwerte an.

id	\dot{V}_{in} [m ³ /s] $\times 10^{-3}$	\dot{Q}_W [W]	Θ_{in} [°C]	Θ_{out} [°C]	ρ [kg/m ³]
1	385	0	12,079(5)	12,079(5)	1,22116(2)
2	426	0	12,016(9)	12,016(9)	1,22143(4)
3	489	0	12,061(5)	12,061(5)	1,22124(2)
4	385	59,3(1)	11,85(2)	17,87(2)	1,20936(8)
5	426	59,0(1)	11,96(1)	17,37(1)	1,21020(4)
6	489	59,7(1)	11,91(3)	16,68(3)	1,2118(1)
7	385	75,2(7)	11,87(6)	19,5(1)	1,2059(4)
8	426	75,3(4)	11,64(3)	18,54(4)	1,2084(1)
9	489	74,7(7)	11,77(5)	17,73(9)	1,2098(3)
10	385	91,1(7)	11,95(7)	21,2(1)	1,2022(4)
11	426	91,9(6)	11,98(5)	20,41(3)	1,2038(1)
12	489	93(1)	11,95(2)	19,4(1)	1,2060(3)

Tabelle 5.3.: Reynoldszahl \mathcal{Re} , Nusseltzahl \mathcal{Nu} , Grashofzahl \mathcal{Gr} und Richardsonzahl \mathcal{Ri} der zwölf Parametervariationen für isotherme Bedingungen sowie für Mischkonvektion.

id	\mathcal{Re} [–] $\times 10^5$	\mathcal{Nu} [–]	\mathcal{Gr} [–] $\times 10^{10}$	\mathcal{Ri} [–]
1	1,25	0	0	0
2	1,39	0	0	0
3	1,59	0	0	0
4	1,26	438	9,78	6,20
5	1,39	484	8,89	4,61
6	1,59	557	8,04	3,16
7	1,26	438	11,91	7,54
8	1,39	485	11,18	5,78
9	1,60	556	9,84	3,87
10	1,25	436	14,15	8,99
11	1,39	484	13,18	6,83
12	1,59	555	11,59	4,56

tet. Die Prandtlzahl beträgt für alle Messungen $\mathcal{Pr} = 0,71$.

Zusätzlich zu den in Abschnitt 2.2 eingeführten Kennzahlen, die bereits einen vollständigen Satz zur Beschreibung von mischkonvektiven Strömungen darstellen, werden zwei weitere Kennzahlen für die detaillierte Charakterisierung der Strömung und des Wärmetransports verwendet. Die Richardsonzahl $\mathcal{Ri} = \frac{\mathcal{Gr}}{\mathcal{Re}^2}$ dient im Folgenden als Indikator, in welchem Regime von Mischkonvektion man sich befindet, und stellt das Verhältnis von Auftriebs- zu Trägheitskräften dar. Ist $\mathcal{Ri} \ll 1$, so dominieren die Trägheitskräfte und die Temperaturverteilung sowie der Wärmetransport sind durch die erzwungene Konvektion determiniert. Für den Fall $\mathcal{Ri} \gg 1$ dominieren die Auftriebskräfte und die freie Konvektion ist der vorherrschende Strömungszustand. Sind Auftriebs- und Trägheitskräfte von der selben Größenordnung, sprich $0,1 < \mathcal{Ri} < 10$, so befindet man sich im Bereich der Mischkonvektion. Weiterhin wird die Stantonzahl $St = \frac{\mathcal{Nu}}{\mathcal{Re}\mathcal{Pr}} = \frac{\dot{q}}{U_{gc,p}\Delta\Theta}$ zur Charakterisierung des Systems verwendet. Sie setzt die in das System eingebrachte Wärme in Relation zu der vom Fluid abtransportierten Wärmemen-

ge. Für $St > 1$ wird dem Fluid mehr Energie zugeführt als es abtransportieren kann. Umgekehrt verhält es sich für $St < 1$. Die Reynoldszahl ist im Bereich $1,25 \cdot 10^5 \leq Re \leq 1,60 \cdot 10^5$, sodass die Strömung als turbulent angenommen wird. Für die weiteren Kennzahlen ergibt sich ein Parameterbereich von: $436 \leq Nu \leq 557$, $8,04 \cdot 10^{10} \leq Gr \leq 14,15 \cdot 10^{10}$ und $3,16 \leq Ri \leq 8,99$. Die Stantonzahl erreicht Werte zwischen $4,900 \cdot 10^{-3} \leq St \leq 4,917 \cdot 10^{-3}$ und kann somit als konstant angenommen werden.

5.3. Mittlere Geschwindigkeitsfelder und Fluktuationen

Die Strömung in der Konfiguration wird durch die Wechselwirkung des im Deckenbereich eingebrachten Wandstrahls mit der durch die Wärmequellen induzierten Auftriebsströmung bestimmt. Zur Analyse der Strömungsstrukturen, die sich aus der komplexen Wechselwirkung von erzwungener und thermischer Konvektion ergeben, werden die zeitlich gemittelten Geschwindigkeitsfelder bei konstanter Reynoldszahl als Funktion der Richardsonzahl untersucht. Abbildung 5.5 zeigt die zeitlich gemittelten Geschwindigkeitsfelder über den Querschnitt der Konvektionszelle bei einer Reynoldszahl von $Re = 1,39 \times 10^5$ für $Ri = 0$, $Ri = 4,61$, $Ri = 5,78$ und $Ri = 6,83$. Zur übersichtlicheren Darstellung wird in beiden Raumrichtungen nur jeder siebte Geschwindigkeitsvektor dargestellt. Die dargestellten Vektoren repräsentieren den lokalen Mittelwert in einer Umgebung von 7×7 Gitterpunkten. Die Vektoren zeigen die Richtung der in die Messebene projizierten Geschwindigkeitskomponente an. Ihre Länge ist proportional zum Geschwindigkeitsbetrag $U = \sqrt{u^2 + v^2}$. Als Referenzgeschwindigkeit U_{ref} wird die auf die Querschnittsebene bezogene mittlere Geschwindigkeit $U_{\text{ref}} = \dot{V}_{\text{in}}/A_Q$ definiert. Die mit U_{ref} normalisierte Geschwindigkeitsmagnitude u/U_{ref} ist zur besseren Vergleichbarkeit und Orientierung farblich hinterlegt. Alle Messungen werden im thermischen Gleichgewicht durchgeführt, das anhand konstanter Ein- und Auslasstemperaturen definiert wird. Die weiteren mittleren Geschwindigkeitsfelder für $Re = 1,25 \times 10^5$ und $Re = 1,59 \times 10^5$ befinden sich im Anhang in den Abbildungen A.1 und A.2.

Das mittlere Geschwindigkeitsfeld für $Ri = 0$ stellt den Referenzfall ohne

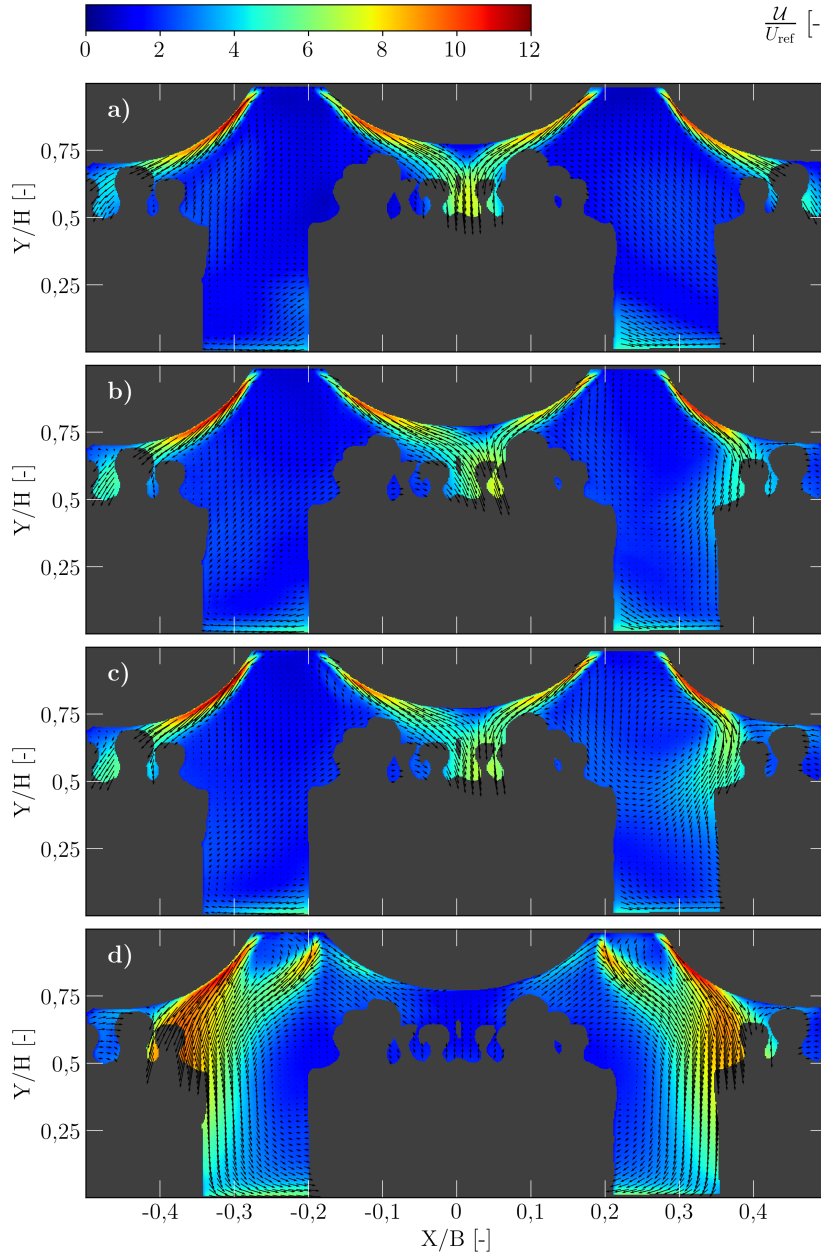


Abbildung 5.5.: Zeitlich gemittelte Geschwindigkeitsfelder bei konstanter Reynoldszahl $Re = 1,39 \times 10^5$ für a) $Ri = 0$, b) $Ri = 4,61$, c) $Ri = 5,78$ und d) $Ri = 6,83$. Die schwarzen Flächen kennzeichnen die Außenkonturen sowie die thermischen Wärmequellen. Farblich dargestellt ist die normierte Geschwindigkeitsmagnitude U .

Wärmeeintrag durch die Wärmequellen dar und wird im Folgenden als erzwungene Konvektion bezeichnet. Das Geschwindigkeitsfeld ist zur Mittelachse $X = 0 \times B$ spiegelsymmetrisch. Die über die Decke zugeführte Luft legt sich in Form von vier Wandstrahlen an die jeweilige konvexe Wandkontur an und folgt ihr aufgrund des Coandă-Effekts. Dieser besagt, dass sich eine strahlförmige Strömung in der Nähe einer festen Oberfläche an diese anschmiegt und ihrer Kontur folgt. Aufgrund der Viskosität des Fluids werden auf beiden Seiten eines Strahls ruhende Fluidteilchen mitgerissen. Auf der wandzugeneigten Seite erschwert die feste Begrenzung die Ausgleichsströmung, die aufgrund der mitgerissenen Fluidteilchen einsetzt. Auf diese Weise entsteht ein Unterdruckgebiet an der wandzugeneigten Seite des Strahls, sodass dieser an die Wand gedrückt wird und der Kontur folgt. Die beiden äußeren Wandstrahlen lösen sich an der Unterseite der konvexen Wandkontur von dieser und werden nach unten in Richtung Luftauslass abgelenkt. Die beiden inneren Wandstrahlen kollidieren an der Unterseite der mittleren konvexen Wandkontur und werden dabei ebenfalls nach unten abgelenkt. Im restlichen Strömungsgebiet ist oberhalb von $Y \geq 0,25 \times H$ kaum Luftbewegung zu beobachten. Die Geschwindigkeiten in diesem Bereich sind im Vergleich zu den Wandstrahlen sehr klein. Für $Y \leq 0,25 \times H$ erkennt man einen Luftstrom in Richtung der Luftauslässe an den Seiten. Die höchsten Geschwindigkeiten werden innerhalb der Wandstrahlen erreicht, wobei die Maximalgeschwindigkeit Werte oberhalb von $10 \times U_{\text{ref}}$ erreicht. Geschwindigkeiten bis zu $5 \times U_{\text{ref}}$ sind im Bereich $Y \leq 0,25 \times H$ zu finden. Die kleinsten Geschwindigkeiten mit Werten nahe der Referenzgeschwindigkeit sind im Hauptströmungsgebiet zu finden, wobei die vorherrschende Strömungsrichtung zur Decke ausgerichtet ist. In der Literatur hat es sich eingebürgert, dieses Gebiet als Bulk zu bezeichnen. Dieser Begriff wird im Folgenden auch in dieser Arbeit verwendet, da es in der deutschen Sprache kein gleichwertiges Äquivalent gibt. Im Fall des zeitlich gemittelten Geschwindigkeitsfeldes für $Re = 4,61$ ist der Einfluss thermischer Konvektion auf die erzwungene Konvektion zu beobachten. Die durch die Wärmequellen induzierte Auftriebsströmung wechselwirkt mit den Wandstrahlen. Als Resultat lösen sich die äußeren Wandstrahlen früher ab als im Referenzfall ohne thermische Auftriebsströmung. Hierbei fällt auf, dass der rechte äußere Wandstrahl durch die thermische Konvektion stärker beeinflusst wird als der linke. Er verändert seine Orientierung in Richtung Gang. Zusätzlich ist

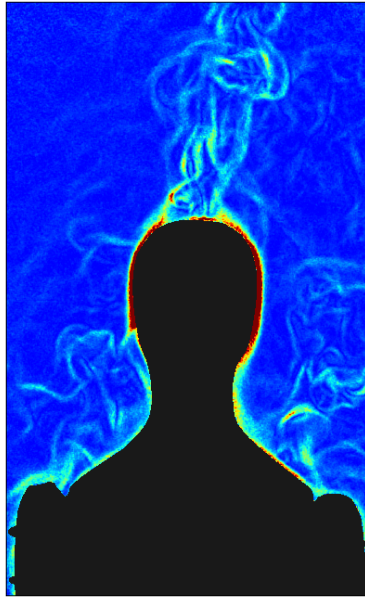


Abbildung 5.6.: Visualisierung von thermisch induzierten Dichtegradienten und der hieraus resultierenden Auftriebsströmung: Thermische Konvektion an einem beheizten Menschenmodell. Die Abbildung wurde mit Hilfe der Messmethode Background Oriented Schlieren (BOS) erstellt.

eine Verbreiterung der Strahlen zu beobachten. Ursache hierfür ist die Wechselwirkung des Wandstrahls mit den von den Wärmequellen emittierten Wärmepaketen, die sich aus der thermischen Grenzschicht in Form von sogenannten Plumes lösen. Abbildung 5.6 zeigt die mit der Hintergrundschlieren-Methode (BOS) sichtbar gemachten thermisch induzierten Dichtegradienten der durch die Wärmequelle erzeugten Auftriebsströmung. Man erkennt sehr gut die zuvor beschriebenen Wärmepakete, die in der Folge eine Auftriebsströmung induzieren. Die aufsteigenden Wärmepakete stören die Wandstrahlen und führen zu einer Turbulenzanregung in der Grenzschicht. Dadurch verringert sich der Druckgradient in wandnormaler Richtung, sodass es zu einer früheren Ablösung des Wandstrahls kommt. Dies wiederum hat zur Folge, dass sich an der Position $X \approx 0,3 \times B$ und $Y \approx 0,6 \times H$ eine Rollenstruktur ausbildet. Die Kollision der beiden mittleren Wandstrahlen ist in die rechte Hälfte hinein verschoben. Der von links einlaufende Wandstrahl folgt der Kontur länger. Hier bewirkt die Auftriebsströmung unter Umständen eine Verstärkung des in wandnormaler Richtung wirkenden Druckgradienten. Nach

dem Aufeinandertreffen werden beide Wandstrahlen nach unten abgelenkt. Die thermisch induzierte Auftriebsströmung führt somit zu einer Asymmetrie des Geschwindigkeitsfeldes und lässt auf einen, im Vergleich zu erzwungener Konvektion, dreidimensionalen Charakter der Strömung schließen. Wie im ersten Fall ist auch hier für $Y \leq 0,25 \times H$ eine Strömung in Richtung der Luftauslässe vorhanden. Der restliche Teil des Geschwindigkeitsfeldes ist durch aufsteigende Luft mit niedrigen Geschwindigkeiten $< U_{\text{ref}}$ charakterisiert. Für $Re = 5,78$ zeigt sich wieder der Einfluss der thermisch induzierten Auftriebsströmung, wobei der Effekt in der hier untersuchten Messebene in der rechten Hälfte stärker zu sein scheint. Die Ablösung des rechten äußeren Wandstrahls findet im Vergleich zu $Re = 4,61$ noch früher statt. Außerdem ist die Richtungsänderung im Vergleich zum Fall $Re = 4,61$ stärker. Dies führt dazu, dass die schon im Fall $Re = 4,61$ beobachtete Rollenstruktur in der rechten Hälfte stärker ausgeprägt ist. Die Kollision der inneren Wandstrahlen ist auch hier in die rechte Hälfte verschoben, jedoch nicht so stark wie im Fall $Re = 4,61$. Für den Fall $Re = 6,83$ ist das Geschwindigkeitsfeld signifikant durch thermische Konvektion determiniert. Während die äußeren beiden Wandstrahlen auch hier der Kontur der konvexen Wand folgen, lösen sich die beiden inneren Wandstrahlen direkt nach Eintritt von der Kontur und werden zu den Seiten abgelenkt, wo sie mit den äußeren Wandstrahlen kollidieren. Dabei ist eine starke Verbreiterung der Strahlen zu erkennen. Im Bereich $-0,1 \times B \leq X \leq 0,1 \times B$ dominiert der thermisch induzierte Auftrieb. Aufsteigende Luft teilt sich am unteren Scheitelpunkt der konvexen Wand. Von dort strömt sie der Kontur folgend aufwärts, bis sie auf die inneren Wandstrahlen trifft und diese verdrängt. Die Strömungen im Bereich $Y \leq 0,25 \times H$ sind im Gegensatz zu den anderen Fällen auf beiden Seiten nach innen gerichtet. Es ist zu erwarten, dass sie sich in der Mitte treffen und nach oben aufsteigen. Als Resultat bilden sich zwei großskalige Wirbel aus, deren Wirbelzentren bei $X \approx -0,2 \times B$ und $X \approx 0,2 \times B$ in einer Höhe von $Y \approx 0,5 \times H$ lokalisiert sind.

Um die Dynamik der mittleren Geschwindigkeitsfelder zu bewerten, werden die Geschwindigkeitsfluktuationen σ_u, σ_v und $\sigma_{\mathcal{U}}$ der u - und v -Komponente sowie der Geschwindigkeitsmagnitude \mathcal{U} für jeden Gitterpunkt in Form ihrer Standardabweichung $\sigma_x = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x - \bar{x})^2}$ berechnet (x steht dabei für u, v beziehungsweise \mathcal{U}). Die Normierung erfolgt wie schon bei den mittleren Geschwindig-

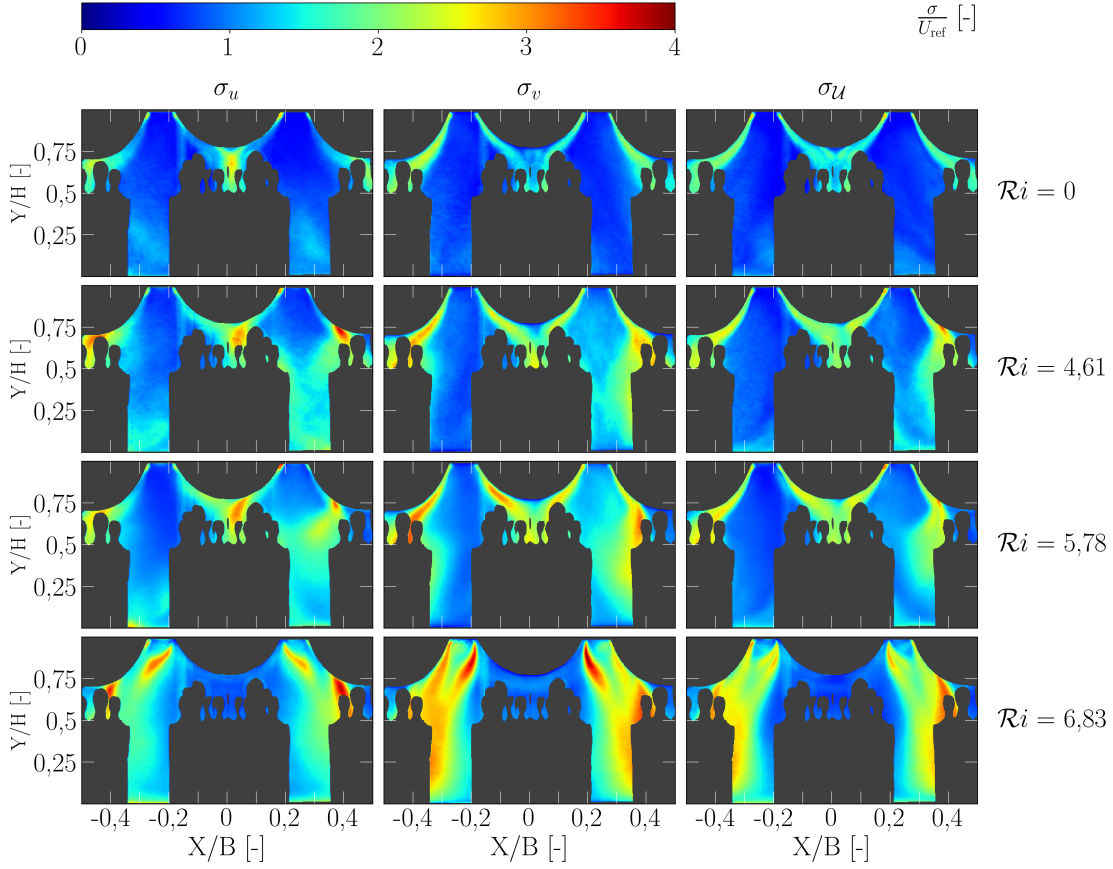


Abbildung 5.7.: Normierte Fluktuationen der Geschwindigkeitskomponenten u und v (Spalten 1 und 2) sowie der Geschwindigkeitsmagnitude (Spalte 3) bei konstanter Reynoldszahl $Re = 1,39 \times 10^5$ und variabler Richardsonzahl. Entlang einer Reihe ist die Richardsonzahl konstant. Ihr Wert kann am Ende der jeweiligen Reihe abgelesen werden.

keitsfeldern über die Referenzgeschwindigkeit U_{ref} . Für den Fall mit konstanter Reynoldszahl $Re = 1,39 \times 10^5$ ist das Ergebnis in Abbildung 5.7 dargestellt. Die Fluktuationen der u -Komponente sind in der ersten, die der v -Komponente in der zweiten und die der Magnitude in der dritten Spalte abgebildet. Dabei bleibt Ri innerhalb einer Reihe konstant. Der jeweilige Wert ist rechts neben den Bildern angegeben. Bei Betrachtung von σ_u fällt auf, dass die größten Fluktuationen mit Werten bis oberhalb von $3 \times U_{\text{ref}}$ im Bereich der Ablösepunkte der äußeren Wandstrahlen sowie im Kollisionsgebiet der inneren Wandstrahlen erreicht werden.

Innerhalb der Wandstrahlen sind die Fluktuationen geringer mit Werten unterhalb $2 \times U_{\text{ref}}$. Die erhöhten Werte im Kollisionsgebiet der inneren Wandstrahlen deuten auf eine erhöhte Dynamik in diesem Bereich hin. Mit steigender Re nehmen die Fluktuationen insgesamt zu. Für $Re = 6,83$ findet im Gegensatz zu den Fällen mit geringerer Re kein Anhaften der inneren Wandstrahlen statt. Ursache hierfür ist die starke Auftriebsströmung in der Mitte der Konvektionszelle. Der Druckgradient zwischen Ein- und Auslass ist größer als der Druckgradient in wandnormaler Richtung, der entsprechend des Coandă-Effekts für ein Anhaften der Strahlen sorgt. Die inneren Strahlen werden nach Eintritt in die Konvektionszelle in Richtung der äußeren Strahlen abgelenkt. Höhere Fluktuationen bis $\sigma_u > 3 \times U_{\text{ref}}$ werden nur noch für $X < -0,2 \times B$ und $X > 0,2 \times B$ erzielt. Für σ_v sind erhöhte Fluktuationen mit Werten bis $4 \times U_{\text{ref}}$ vor allem innerhalb der Wandstrahlen festzustellen. Dies betrifft auch Gebiete über die Ablösepunkte hinaus. Auch hier erkennt man, dass mit steigender Re die Fluktuationen insgesamt ansteigen. Im Fall $Re = 6,83$ werden höhere Geschwindigkeitsfluktuationen $\sigma_v > 3 \times U_{\text{ref}}$ nur in den Bereichen $X < -0,2 \times B$ und $X > 0,2 \times B$ erzielt. Die Begründung hierfür wurde bereits anhand von σ_u erläutert. Die inneren Wandstrahlen kollidieren mit den äußeren Wandstrahlen, sodass es in diesem Bereich zu starker Durchmischung und erhöhten Geschwindigkeitsfluktuationen kommt. Die Fluktuationen der Geschwindigkeitsmagnitude σ_u zeigen ähnliche Charakteristiken wie die der u - und v -Komponente, da sie sich durch Superposition aus diesen ergeben. Insgesamt werden jedoch nicht so hohe Werte erreicht. Die Fluktuationen bei den konstanten Reynoldszahlen $Re = 1,25 \times 10^5$ und $Re = 1,59 \times 10^5$ sind in den Abbildungen A.3 und A.4 im Anhang dargestellt.

5.4. Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen der Geschwindigkeiten

Die in Abschnitt 5.3 dargestellten Mittelwertbilder geben einen ersten Überblick über die Strömungszustände, die sich in dem hier untersuchten Parameterbereich einstellen. Um die Strömung auch quantitativ zu beschreiben, werden die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen (Probability Density Function (PDF)) der beiden

Geschwindigkeitskomponenten für alle zwölf Parametervariationen bestimmt. Für die Bestimmung der PDFs wird der komplette Satz an instantanen Geschwindigkeitsfeldern der entsprechenden Parametervariation in der Messebene $Z = 0,5 \times L$ verwendet. Abbildung 5.8 zeigt die Histogramme der u - und v -Komponente für den isothermen Fall $Re = 0$ und die mischkonvektiven Fälle mit $Re = 4,61$, $Re = 5,78$ und $Re = 6,83$ bei $Pr = 1,39 \times 10^5$. Die weiteren Histogramme für $Pr = 1,25 \times 10^5$ und $Pr = 1,59 \times 10^5$ sind in den Abbildungen B.1 und B.2 im Anhang abgebildet.

Die Geschwindigkeiten der u -Komponente sind nahezu gaußverteilt mit einem Erwartungswert nahe Null, wie die Histogramme in Abbildung 5.8 zeigen. Die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion φ_u der Horizontalkomponente u wird aufgrund der Symmetrie der Geschwindigkeitsverteilung durch eine Gaußfunktion beschrieben,

$$\varphi_u(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_u^2}} \cdot e^{-\frac{(u-\mu_u)^2}{2\sigma_u^2}}, \quad (5.1)$$

mit der Standardabweichung σ_u und dem Erwartungswert μ_u . Die Modellfunktion wird mittels der Methode der kleinsten Quadrate aus der Geschwindigkeitsverteilung bestimmt. Die statistischen Parameter σ und μ sind in jeder Grafik mit angegeben. Die Werte in Klammern geben die statistische Unsicherheit der Parameter an und ergeben sich aus den Wurzeln der Diagonaleinträge der Kovarianzmatrix. Anhand der Standardabweichung ist zu erkennen, dass bei zunehmender Wärmeleistung und somit steigender Richardsonzahl die Varianz der Dichtefunktion anwächst. Die Wechselwirkung der aufsteigenden Luft und den Wandstrahlen führt zu einer deutlichen Beeinflussung des Strömungsfeldes. Dies lässt sich anhand der sich ändernden Verteilung der horizontalen Geschwindigkeitskomponente erkennen. Bezeichnet σ_u^0 die Standardabweichung der PDF im Fall erzwungener Konvektion mit $Re = 0$, so steigt im mischkonvektiven Fall mit $Re = 6,83$ die Standardabweichung auf $\sigma_u = 1,6 \times \sigma_u^0$.

Die Geschwindigkeiten der v -Komponente sind im Gegensatz zur u -Komponente nicht gaußverteilt. Der Großteil der gemessenen Vertikalgeschwindigkeiten liegt auch hier um einen Wert nahe Null. Jedoch ist das Geschwindigkeitshistogramm in den negativen Bereich hin verbreitert und klingt dort nicht so schnell ab wie im positiven Bereich. Gründe hierfür sind die höheren Geschwindigkeiten inner-

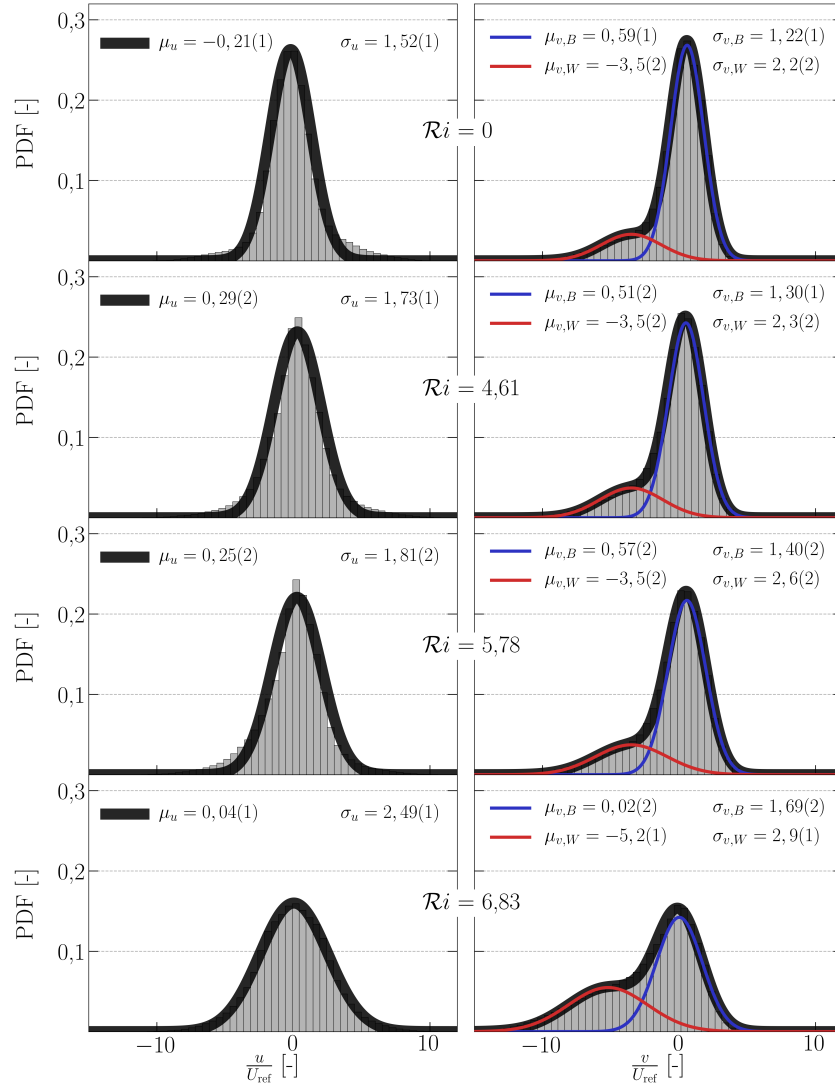


Abbildung 5.8.: Verteilungen der normierten Geschwindigkeitskomponenten u und v für $Ri = 0, Ri = 4,61, Ri = 5,78$ und $Ri = 6,83$ bei $Re = 1,39 \times 10^5$. Die Mittelwerte μ und Standardabweichungen σ der PDFs sind oberhalb jeder Grafik dargestellt. Die Werte in Klammern geben die statistische Unsicherheit der Parameter an. Die Approximation der Histogramme durch Gaußfunktionen mittels der Methode der kleinsten Quadrate ist in schwarz dargestellt. Die Komponente der Dichtefunktion der v -Komponente innerhalb der Wandstrahlen (v, W) ist rot, jene im Bulk (v, B) blau gekennzeichnet.

halb der Wandstrahlen und deren primär nach unten gerichtete Orientierung. Zur Beschreibung der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion φ_v der Vertikalkomponente v wird im Folgenden die Summe aus zwei Gaußfunktionen verwendet. Hierbei repräsentiert jeweils eine Verteilungsfunktion den Bulk und eine die Wandstrahlen. Die Verteilungsfunktion ergibt sich somit als

$$\varphi_v(v) = \underbrace{A \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{v,B}^2}} \cdot e^{-\frac{(v-\mu_{v,B})^2}{2\sigma_{v,B}^2}}}_{\text{Bulk}} + \underbrace{(1-A) \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{v,W}^2}} \cdot e^{-\frac{(v-\mu_{v,W})^2}{2\sigma_{v,W}^2}}}_{\text{Wandstrahlen}}, \quad (5.2)$$

mit den Standardabweichungen $\sigma_{v,B}$ und $\sigma_{v,W}$ sowie den Erwartungswerten $\mu_{v,B}$ und $\mu_{v,W}$ für die PDF des Bulk (B) und die PDF der Wandstrahlen (W). Die Konstante A gewährleistet die Normierung der Dichtefunktion $\varphi_v(v)$. In Abbildung 5.8 ist die Komponente der Dichtefunktion innerhalb der Wandstrahlen rot markiert und jene für den Bulk blau. Wie bei der u -Komponente beobachtet man auch hier einen Anstieg der Varianz der Dichtefunktion bei steigender Re , so dass mit steigender Wärmeleistung die Fluktuationen $\sigma_{v,B}$ und $\sigma_{v,W}$ signifikant ansteigen. Die Wechselwirkung der aufsteigenden Luftmassen mit den Wandstrahlen bewirkt auch für die v -Komponente erhöhte Geschwindigkeitsfluktuationen. Bezeichnen $\sigma_{v,W}^0$ und $\sigma_{v,B}^0$ die Standardabweichungen der PDFs des Wandstrahls und des Bulk im Fall erzwungener Konvektion $Re = 0$, so steigt im mischkonvektiven Fall mit $Re = 6,83$ die Standardabweichung der PDF des Wandstrahls auf $\sigma_{v,W} = 1,30 \times \sigma_{v,W}^0$ und die Standardabweichung der PDF des Bulk auf $\sigma_{v,B} = 1,38 \times \sigma_{v,B}^0$. Der Erwartungswert $\mu_{v,B}$ liegt für alle Fälle nahe Null, während der Betrag des Erwartungswertes $\mu_{v,W}$ im mischkonvektiven Fall mit $Re = 6,83$ von $\mu_{v,W} = 3,5$ auf $\mu_{v,W} = 5,2$ ansteigt.

Die in Abbildung 5.8 gezeigten Dichtefunktionen der v -Komponente sind Ergebnisse einer statistischen Analyse. Daher wird im Folgenden für den Fall $Re = 3,87$ exemplarisch gezeigt, dass die hier angenommene Unterscheidung zwischen Wandstrahl und Bulk auf Basis der PDFs die Geschwindigkeitsverteilungen der beiden Strömungsgebiete hinreichend gut separiert. Hierzu ist in Abbildung 5.9 das skalare Feld σ_u der Fluktuationen der Geschwindigkeitsmagnitude in zwei Bereiche unterteilt. Der Bereich mit $\sigma_u > 1,6$ definiert das Gebiet der Wandstrahlen

und $\sigma_u \leq 1,6$ repräsentiert das Gebiet des Bulk (Abbildung 5.9 a)). Mit Hilfe dieser Unterscheidung werden alle instantanen Geschwindigkeitsfelder im Fall $Re = 3,87$ in Wandstrahlgebiete und Bulk unterteilt (Abbildung 5.9 b)). Für jedes Gebiet wird ein normiertes Histogramm für die v -Komponente der Geschwindigkeit erstellt und mit der Dichtefunktion verglichen, welche sich aus der statistischen Analyse ohne Trennung in Wandstrahlgebiet und Bulk ergibt (Abbildung 5.9 c)). Die Dichtefunktionen beschreiben die durch die Histogramme dargestellten Geschwindigkeitsverteilungen. Die statistische Analyse mittels PDF ist somit geeignet, die Trennung der v -Komponente in Wandstrahlen und Bulk vorzunehmen. Dies lässt sich auch in den kleinen statistischen Fehlern der Parameter in Abbildung 5.8 ablesen.

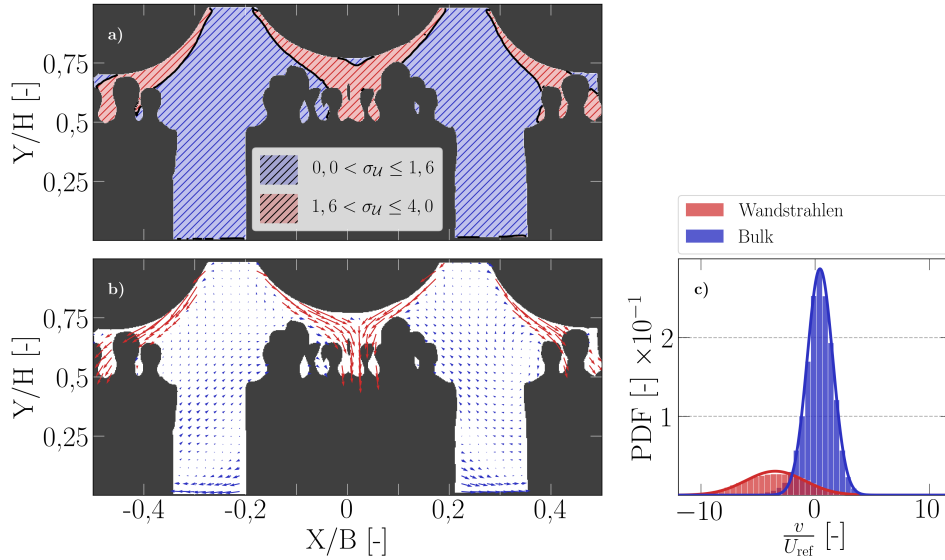


Abbildung 5.9.: Validierung der PDFs der v -Komponente für die Bereiche außerhalb und innerhalb der Wandstrahlen am Beispiel von $Re = 3,87$: a) Unterteilung der Fluktuationen der Geschwindigkeitsmagnitude in Bereiche $\sigma_u \leq 1,6$ und $\sigma_u > 1,6$ zur Lokalisierung der Wandstrahlen. b) Unterteilung des Geschwindigkeitsfeldes in Wandstrahlen (rote Pfeile) und Bulk (blaue Pfeile) mit Hilfe der aus a) gewonnenen Maske. c) Histogramme der Geschwindigkeitskomponente v für die Bereiche innerhalb der Wandstrahlen (rot) und des Bulk (blau) unter Verwendung aller instantanen Geschwindigkeitsfelder. Die durchgezogenen Linien repräsentieren die berechneten Komponenten der Verteilungsfunktionen φ_v , die sich ohne Unterteilung des Geschwindigkeitsfeldes in Wandstrahlen und Bulk ergeben.

5.5. Proper Orthogonal Decomposition

Zur weiteren Analyse der Strömung werden für alle Langzeitmessungen die Zeitreihen der instantanen Geschwindigkeitsfelder mittels Proper Orthogonal Decomposition in Eigenmoden zerlegt. Untersucht werden das Eigenwertspektrum, die Strömungstopologie der ersten vier Eigenmoden sowie die Dynamik ausgewählter Moden.

5.5.1. Eigenwertspektrum der POD

Beim Eigenwertspektrum handelt es sich um die Darstellung der Eigenwerte λ_n , die sich aus der POD ergeben, in Abhängigkeit der Modenzahl n . Nach Abschnitt 4.2 ist die Summe aller Eigenwerte ein Maß für die kinetische Gesamtenergie. Der zur Mode n gehörende Eigenwert λ_n charakterisiert daher den Energiegehalt dieser Mode. Zur besseren Vergleichbarkeit zwischen den Langzeitmessungen werden die Eigenwerte λ_n mit der Gesamtenergie $\sum_{i=1}^N \lambda_i$ normiert. Der resultierende Eigenwert gibt somit an, wieviel Energie eine Mode gemessen an der Gesamtenergie enthält. Da die Eigenwerte der POD immer absteigend der Größe nach sortiert sind, ist das Eigenwertspektrum stets monoton fallend. Höhere Moden haben folglich einen immer geringeren Anteil an der Gesamtenergie. Aus dem Abklingverhalten lassen sich Aussagen über die Strömung ableiten. Bei einem steil abfallendem Spektrum mit einer Mode, die den Großteil der Energie enthält, hat man in der Regel eine großskalige dominante Strömungsstruktur, deren Topologie die Strömung in hohem Maß determiniert und somit auch den Wärmetransport stark beeinflusst. Bei flacherem Verlauf mit mehreren Moden vergleichbarer Energie hat man häufig mehrere kohärente Strömungsstrukturen, deren Überlagerung die Strömung charakterisieren. Der Zeitentwicklungskoeffizient der entsprechenden Mode gibt dann Auskunft darüber, ob diese Strukturen simultan oder zeitlich getrennt voneinander auftreten.

Das Spektrum der normalisierten Eigenwerte als Funktion der Modenzahl ist für die ersten 70 Moden in Abbildung 5.10 dargestellt. Die Kurven haben einen vergleichbaren Verlauf. Für alle fünf Fälle enthält die erste Mode einen Anteil von über 50% der Gesamtenergie und die höheren Moden haben deutlich gerin-

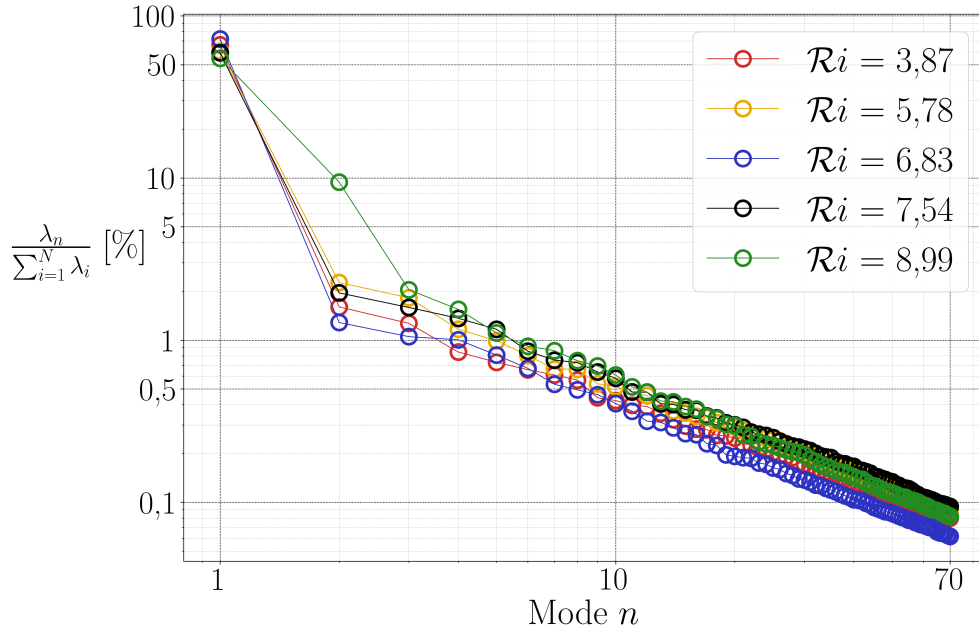


Abbildung 5.10.: Eigenwertspektrum der ersten 70 Moden für unterschiedliche Richardsonzahlen. Aus Gründen der Vergleichbarkeit sind die Eigenwerte mit der Gesamtenergie normiert.

gere Energieanteile. Spätestens nach der fünften Mode beträgt in allen Fällen der Energieanteil einer Mode weniger als 1%. Ab etwa der 20. Mode ist in der verwendeten doppeltlogarithmischen Darstellung ein geradliniger Verlauf zu erkennen, der sich über den hier dargestellten Bereich hinaus fortsetzt. Der Abfall des Energiespektrums ist daher proportional zum Monom n^τ mit der Modenzahl n und der Abklingkonstante τ . Die Moden in diesem Bereich enthalten relative Energieanteile von unter 0,5% und repräsentieren kleinskalige Strukturen sowie unter Umständen aber auch Messrauschen. Der beobachtete Abfall $\propto n^\tau$ kann somit als Maß für die Dynamik des Systems interpretiert werden, das die zeitliche Entwicklung des Zerfalls großskaliger hin zu kleinskaligen Strukturen charakterisiert. Eine solche Energiekaskade ist typisch für turbulente Strömungen, in welchen die Energie von großskaligen Strukturen hin zu kleinskaligen Strukturen transportiert wird, um schließlich zu dissipieren. Die zugehörigen Moden dieser niedrigen Eigenwerte repräsentieren daher zum Großteil turbulente Strömungsanteile. Das Eigenwertspektrum für $Ri = 8,99$ zeigt im Vergleich mit anderen Richardsonzahlen in der

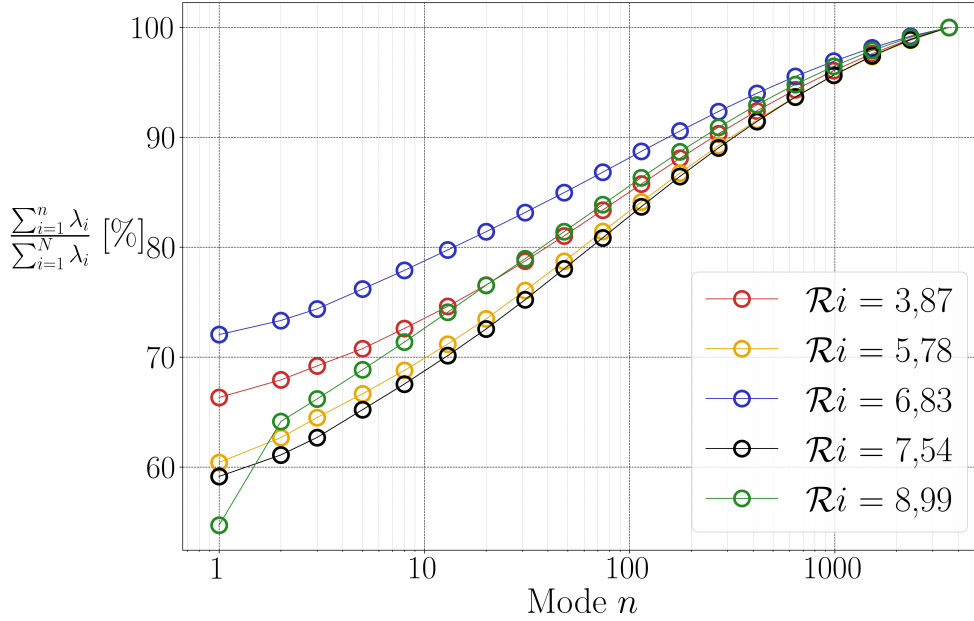


Abbildung 5.11.: Kumuliertes Eigenwertspektrum der Moden für unterschiedliche Richardsonzahlen. Aus Gründen der Vergleichbarkeit sind die Eigenwerte mit der Gesamtenergie normiert.

zweiten Mode eine Besonderheit. Der Wert von etwa 10 % liegt deutlich über den Werten der zweiten Moden anderer Richardsonzahlen (maximal 2,3%). Dieser erhöhte Eigenwert für die zweite Mode ist ein Indiz für eine weitere großskalige kohärente Struktur.

Neben dem normierten Eigenwertspektrum lassen sich auch mit Hilfe des normierten kumulierten Eigenwertspektrums Rückschlüsse auf die Strömung ziehen. Während Ersteres der Modenzahl die relative Modenenergie zuordnet, ordnet Letzteres der Modenzahl n die Summe der relativen Modenenergien der Moden 1 bis n zu. Alle Kurven dieser Darstellung sind somit monoton steigend und erreichen mit der letzten Mode den Wert von 100 %. Abbildung 5.11 zeigt das normierte kumulierte Eigenwertspektrum als Funktion aller POD Moden. Aus Gründen der Übersichtlichkeit sind nur einige Werte dargestellt. Man erkennt, dass sich der relative Energiegehalt der ersten Mode von Fall zu Fall signifikant unterscheidet. Für den Fall $Ri = 6,83$ ist er mit 72,0% am höchsten. Im Fall $Ri = 8,99$ beträgt er nur 54,7%.

5.5.2. Topologie der kohärenten Strukturen

Untersucht werden die vier kohärenten Strukturen mit den größten Eigenwerten für alle fünf Langzeitmessungen, insgesamt also $4 \times 5 = 20$ Moden. Abbildung 5.12 zeigt die Topologie und Energiedichte der kohärenten Strukturen der ersten vier Moden bei einer konstanten Wärmeleistung von $\dot{Q}_W = 75 \text{ W}$ für die drei Langzeitmessungen mit $Re = 1,26 \times 10^5$ (erste Spalte), $Re = 1,39 \times 10^5$ (zweite Spalte) und $Re = 1,60 \times 10^5$ (dritte Spalte). Für jede Mode ist der Energieeigenwert λ_n angegeben. Die kinetische Energiedichte γ ist proportional zur Länge eines Vektors. Sie wird auf die Maximallänge normiert und nimmt Werte zwischen 0 und 1 an, wobei höhere Werte Gebiete mit höherer kinetischer Energie repräsentieren. Der Zeitentwicklungskoeffizient einer Mode kann sowohl positiv als auch negativ sein. Zur Darstellung der Topologie der einzelnen rekonstruierten kohärenten Zustände wird jedoch nur die primäre Orientierung angezeigt.

Im Fall $Re = 1,26 \times 10^5$ weist die Topologie der ersten Mode (Abbildung 5.12 Reihe 1 Spalte a)) hohe Ähnlichkeit mit der Topologie des zeitlich gemittelten Geschwindigkeitsfeldes auf. Deutlich erkennbar sind die anliegenden Wandstrahlen, die der konvexen Wandkontur folgen und dann von der Wand ablösen, beziehungsweise in der Mitte miteinander kollidieren und nach unten abgelenkt werden. Der hohe Energieeigenwert von 59,1% und die Ähnlichkeit der Topologie mit dem mittleren Geschwindigkeitsfeld verdeutlichen, dass hier die Strömung durch eine zeitlich und räumlich kohärente großskalige Struktur dominiert wird. Die zweite Mode (Abbildung 5.12 Reihe 2 Spalte a)) zeichnet sich durch hohe Energiedichten im rechten oberen Bereich aus. Ursache hierfür ist der sich von der Wand ablösende Wandstrahl, der in Richtung Gang abgelenkt wird. Das Ablösen des Wandstrahls hat zur Folge, dass dieser anfängt zu oszillieren und man somit in diesem Bereich erhöhte Geschwindigkeitsfluktuationen hat. Dies stimmt mit der Beobachtung aus Abschnitt 5.3 überein, dass die Geschwindigkeitsfluktuationen σ_u in den Bereichen der Ablösepunkte der äußeren Wandstrahlen erhöht sind. Mode 3 (Abbildung 5.12 Reihe 3 Spalte a)) zeigt vor allem im linken Teil eine hohe Energiedichte, die ihre Ursache ebenfalls in dem sich ablösenden Wandstrahl auf dieser Seite hat. Mode 4 (Abbildung 5.12 Reihe 4 Spalte a)) hat die höchste Energiedichte in der Mitte. Die Vektorpfeile dort sind annähernd horizontal. Da an dieser Position die inne-

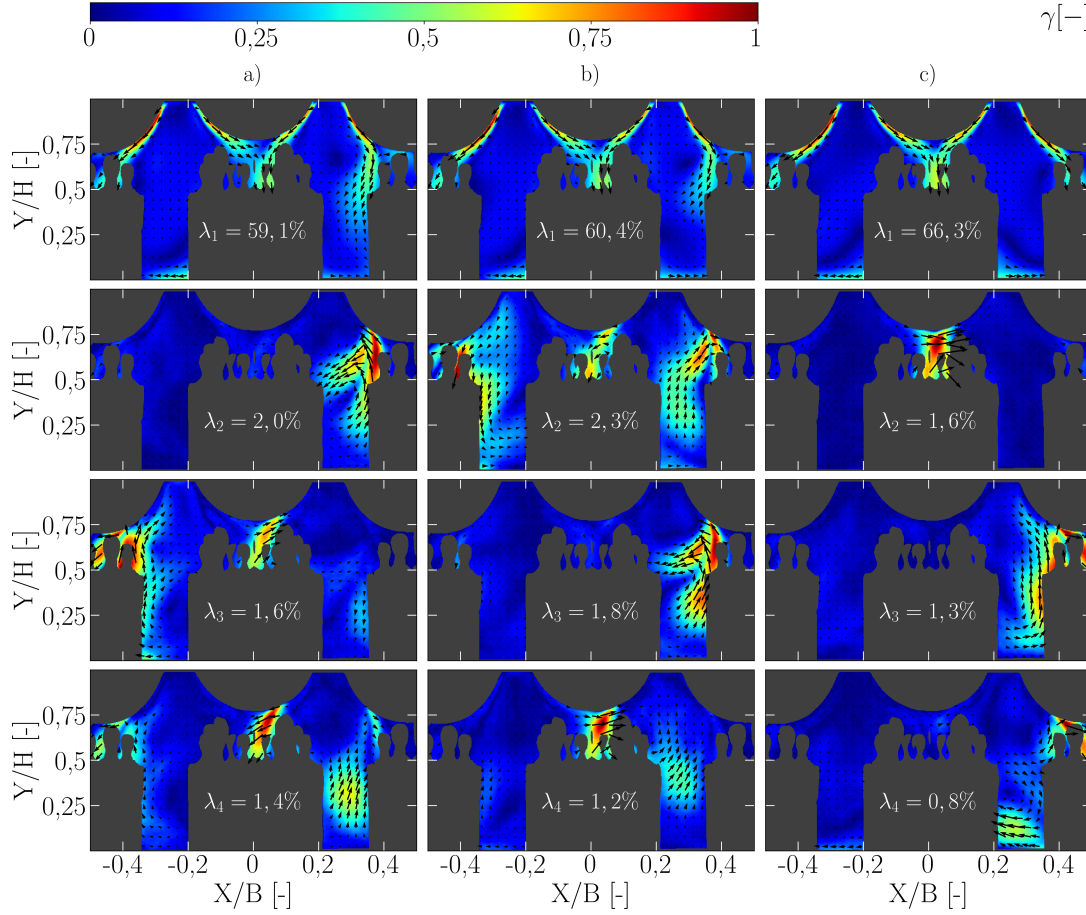


Abbildung 5.12.: Topologie und Energiedichte γ der ersten vier Moden für konstante Wärmeleistung $\dot{Q}_W = 75 \text{ W}$ als Funktion der Reynoldszahl: a) $Re = 1,26 \times 10^5$, b) $Re = 1,39 \times 10^5$ und c) $Re = 1,60 \times 10^5$. Für jede Mode ist der Energieeigenwert λ_n angegeben.

ren Wandstrahlen kollidieren, repräsentiert diese Mode den mittleren horizontalen Versatz des Kollisionsgebietes. Für den Fall $Re = 1,39 \times 10^5$ weist die Topologie der ersten Mode (Abbildung 5.12 Reihe 1 Spalte b)) ebenfalls hohe Ähnlichkeit mit der Topologie des zeitlich gemittelten Geschwindigkeitsfeldes auf und deutet analog zur Diskussion im Fall $Re = 1,26 \times 10^5$ darauf hin, dass die Topologie des mittleren Geschwindigkeitsfeldes die Strömung im wesentlichen charakterisiert. Die zweite Mode (Abbildung 5.12 Reihe 2 Spalte b)) zeigt die jeweiligen Ablösegebiete der Wandstrahlen an den Seiten und in der Mitte. Im Gegensatz zum Fall vorher scheinen diese hier miteinander verknüpft und bilden einen gemeinsamen

kohärenten Zustand. Mode 3 (Abbildung 5.12 Reihe 3 Spalte b)) zeichnet sich durch eine hohe Energiedichte in der rechten oberen Hälfte aus und charakterisiert einen weiteren Zustand des rechten Wandstrahls, der von dem Zustand in Mode 2 dekorreliert ist. Mode 4 (Abbildung 5.12 Reihe 4 Spalte b)) hat die höchste Energiedichte in der Mitte und kann mit den dort kollidierenden Wandstrahlen assoziiert werden. Für den Fall $Re = 1,60 \times 10^5$ weist die Topologie der ersten Mode (Abbildung 5.12 Reihe 1 Spalte c)) erneut hohe Ähnlichkeit mit der Topologie des zeitlich gemittelten Geschwindigkeitsfeldes auf. Mode 2 (Abbildung 5.12 Reihe 2 Spalte c)) charakterisiert die Verschiebung des Kollisionsgebietes der beiden inneren Wandstrahlen und Moden 3 und 4 (Abbildung 5.12 Reihen 3 und 4 Spalte c)) beschreiben die Ablösung des rechten Wandstrahls. Zusammenfassend lässt sich festhalten, dass die erste Mode für alle hier untersuchten Fälle einen Großteil der Energie enthält und im wesentlichen dem jeweiligen zeitlich gemittelten Geschwindigkeitsfeld entspricht. Die weiteren Moden mit Eigenwerten zwischen 0,8% - 2,3% der Gesamtenergie repräsentieren die Ablösegebiete der Wandstrahlen.

Abbildung 5.13 zeigt die Topologie und Energiedichte der ersten vier Moden bei einer konstanten Wärmeleistung von $\dot{Q}_W = 90 \text{ W}$ für die beiden Langzeitmessungen mit $Re = 1,25 \times 10^5$ und $Re = 1,39 \times 10^5$. Auch hier zeigt im Fall $Re = 1,25 \times 10^5$ die Topologie der ersten Mode (Abbildung 5.13 Reihe 1 Spalte a)) hohe Ähnlichkeit mit der Topologie des zeitlich gemittelten Geschwindigkeitsfeldes. Die beiden inneren Wandstrahlen werden direkt nach Eintritt in den Raum zwischen den Wärmequellen abgelenkt und kollidieren nicht mehr in der Mitte miteinander, wie in den Fällen zuvor mit geringerer Re . Die Topologie der Mode 2 (Abbildung 5.13 Reihe 2 Spalte a)) wiederum hat eine große Ähnlichkeit mit den zeitlich gemittelten Geschwindigkeitsfeldern bei einer Wärmeleistung von $\dot{Q}_W = 75 \text{ W}$. Dieser Strömungsfall repräsentiert die Transition zwischen den zuvor diskutierten Fällen bei kleineren Re , die man dem Bereich der Mischkonvektion zuordnen kann, und einem neuen predominanten Strömungszustand, der durch thermische Konvektion dominiert wird. Die dritte Mode (Abbildung 5.13 Reihe 3 Spalte a)) repräsentiert den Zustand, in dem die beiden erzwungenen Luftstrahlen einer Seite aufeinandertreffen und sich vermischen, wohingegen die vierte Mode (Abbildung 5.13 Reihe 4 Spalte a)) wiederum das Ablösegebiet des rechten Wandstrahls charakterisiert. Auch im Fall $Re = 1,39 \times 10^5$ repräsentiert die erste Mode

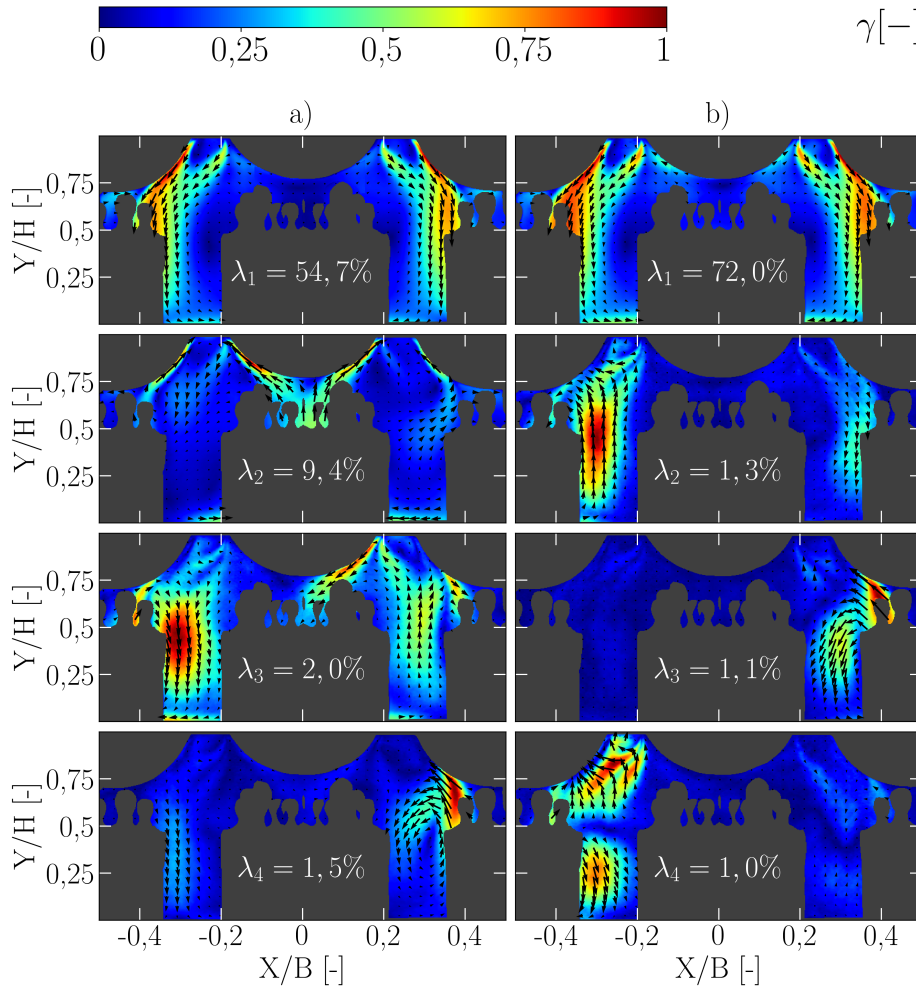


Abbildung 5.13.: Topologie und Energiedichte γ der ersten vier Moden für konstante Wärmeleistung $\dot{Q}_W = 90 \text{ W}$ als Funktion der Reynoldszahl: a) $Re = 1,25 \times 10^5$ und b) $Re = 1,39 \times 10^5$. Für jede Mode ist der Energieeigenwert λ_n angegeben.

(Abbildung 5.13 Reihe 1 Spalte b)) wieder die Topologie des zeitlich gemittelten Geschwindigkeitsfeldes. Die inneren Wandstrahlen werden direkt nach Eintritt abgelenkt. Die Moden 2 und 4 (Abbildung 5.13 Reihen 2 und 4 Spalte b)) weisen eine hohe Energiedichte in der linken Hälfte auf und charakterisieren die Wechselwirkung der beiden Wandstrahlen. Mode 3 (Abbildung 5.13 Reihe 3 Spalte b)) zeichnet sich durch eine hohe Energiedichte in der rechten oberen Hälfte aus und charakterisiert den sich dort ablösenden Wandstrahl.

Zusammenfassend lässt sich festhalten, dass die Topologie der ersten Mode für $Re = 1,39 \times 10^5$ mit der Topologie des zeitlich gemittelten Geschwindigkeitsfeldes in hohem Maß übereinstimmt, während für $Re = 1,25 \times 10^5$ die ersten beiden Moden dominante großskalige Strukturen darstellen und unterschiedliche mittlere Strömungszustände charakterisieren. Aufgrund der hohen Eigenwerte λ_1 handelt es sich bei der ersten Mode um die predominante Struktur. Weiter ist in allen fünf Fällen die rechte Wandstrahlablösung unter den ersten vier Moden vertreten. Dies erlaubt den Schluss, dass die Ablösung auf der rechten Seite in der hier untersuchten Messebene für die Strömung von wesentlicher Bedeutung ist. Für die Fälle mit einer Wärmeleistung von $\dot{Q}_W = 75 \text{ W}$ ist in allen drei Fällen die Kollision der mittleren Wandstrahlen unter den ersten vier Moden vertreten und stellt somit ebenfalls eine charakteristische Struktur dar.

5.5.3. Dynamik der kohärenten Strukturen

Die Analyse der kohärenten Strukturen aus dem letzten Abschnitt ist ein erster Schritt zur Identifizierung großskaliger kohärenter Strömungsstrukturen, die den Wärmetransport und die Dynamik des Systems charakterisieren. Um die Dynamik der kohärenten Strukturen näher zu untersuchen, werden im Folgenden die Zeitentwicklungskoeffizienten betrachtet. Deren Amplitude gibt an, wie die Stärke einer kohärenten Struktur zeitlich variiert. Für Werte ungleich Null wird die Mode als aktiv betrachtet. Bei positivem Vorzeichen ist das Vektorfeld entsprechend der Abbildungen 5.12 und 5.13 ausgerichtet. Bei negativem Vorzeichen kehrt sich die Richtung der Vektoren um.

Aus dem vorherigen Abschnitt ist bekannt, dass die Ablösung des rechten Wandstrahls eine in allen fünf Langzeitmessungen auftretende kohärente Struktur ist. Sie wird exemplarisch anhand der Mode 2 für den Fall $Re = 7,54$ untersucht. Abbildung 5.14 zeigt einen Ausschnitt des Zeitentwicklungskoeffizienten der Mode. In der Grafik sind hierzu drei Zeitpunkte ausgewählt und mit einer roten Linie markiert. Ein Zeitpunkt mit positiver hoher Amplitude bei $t = 43,7 \text{ s}$, ein Zeitpunkt mit einer Amplitude von ungefähr Null bei $t = 243,8 \text{ s}$ sowie ein Zeitpunkt mit negativer hoher Amplitude bei $t = 449,4 \text{ s}$. Um die Auswirkung dieser Mode auf das Geschwindigkeitsfeld zu untersuchen, sind oberhalb der Zeitreihe

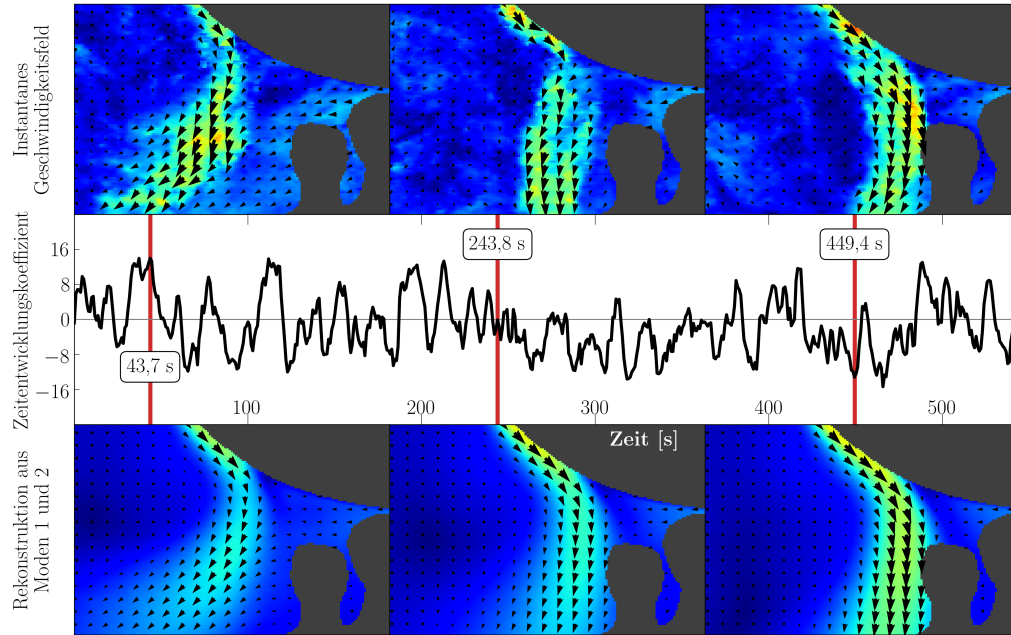


Abbildung 5.14.: Ausschnitt des Zeitentwicklungskoeffizienten der Mode 2 für $Ri = 7,54$. Oberhalb befinden sich die instantanen Geschwindigkeitsfelder zu den mit roten Linien markierten Zeitpunkten. Unterhalb befinden sich Rekonstruktionen des Geschwindigkeitsfeldes aus den Moden 1 und 2. In den Vektorfeldern ist die Magnitude zur besseren Orientierung farblich hinterlegt.

die zu den jeweiligen Zeitpunkten gehörenden instantanen Geschwindigkeitsfelder dargestellt. Zur besseren Einordnung der Dynamik der kohärenten Struktur sind unterhalb der Darstellung der Zeitreihe zusätzlich die an den jeweiligen Zeitpunkten aus den ersten Moden rekonstruierten Geschwindigkeitsfelder abgebildet. Zur besseren Orientierung ist in den Vektorfeldern die Magnitude farblich hinterlegt. Man erkennt deutlich, dass zum Zeitpunkt mit positivem Entwicklungskoeffizienten bei $t = 43,7\text{ s}$ der rechte Wandstrahl deutlich früher von der Wand ablöst als zum Zeitpunkt mit negativem Entwicklungskoeffizienten bei $t = 449,4\text{ s}$. Zum Zeitpunkt mit inaktiver Mode bei $t = 243,8\text{ s}$ ist der Wandstrahl in einem mittleren Zustand zwischen diesen Extremen. Diese Beobachtung untermauert die Aussage aus der Analyse in Abschnitt 5.5.2, dass für $Ri = 7,54$ die Mode 2 die Ablösung des rechten Wandstrahls beschreibt.

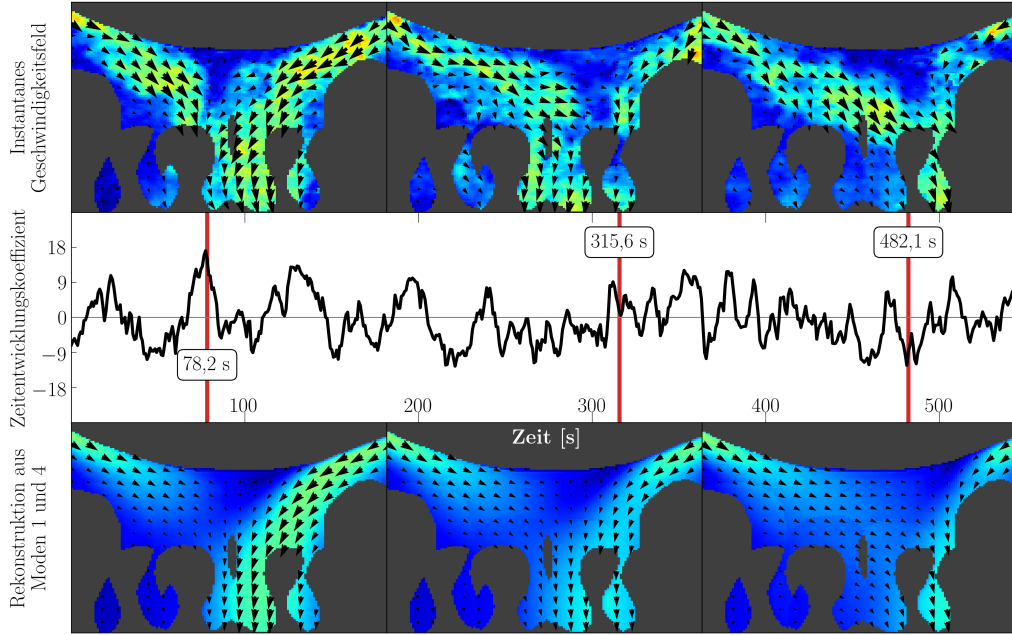


Abbildung 5.15.: Ausschnitt des Zeitentwicklungskoeffizienten der Mode 4 für $\mathcal{R}i = 7,54$. Oberhalb der Zeitreihe befinden sich die instantanen Geschwindigkeitsfelder zu den mit roten Linien markierten Zeitpunkten. Unterhalb befinden sich Rekonstruktionen des Geschwindigkeitsfeldes aus den Moden 1 und 4. In den Vektorfeldern ist die Magnitude zur besseren Orientierung farblich hinterlegt.

Die Kollision der inneren Wandstrahlen ist eine kohärente Struktur, die in allen drei Fällen für $\dot{Q}_W = 75 \text{ W}$ als eine relevante Mode identifiziert wurde. Sie wird im Folgenden exemplarisch anhand der Mode 4 für den Fall $\mathcal{R}i = 7,54$ untersucht. Abbildung 5.15 zeigt einen Ausschnitt des Entwicklungskoeffizienten der Mode. Auch hier sind drei Zeitpunkte ausgewählt und markiert, um die Auswirkung der kohärenten Struktur auf die Strömung zu analysieren. Zum Zeitpunkt mit positivem Entwicklungskoeffizienten bei $t = 78,2 \text{ s}$ findet die Kollision der Wandstrahlen nahezu in der Mitte statt, während zum Zeitpunkt mit negativem Entwicklungskoeffizienten bei $t = 482,1 \text{ s}$ eine deutliche Verschiebung in die rechte Hälfte beobachtet wird. Während des inaktiven Zustands zum Zeitpunkt $t = 315,6 \text{ s}$ findet die Kollision an einer Position zwischen beiden Extremen statt. Die Mode charakterisiert den mittleren Versatz des Kollisionsgebietes der inneren Wandstrahlen.

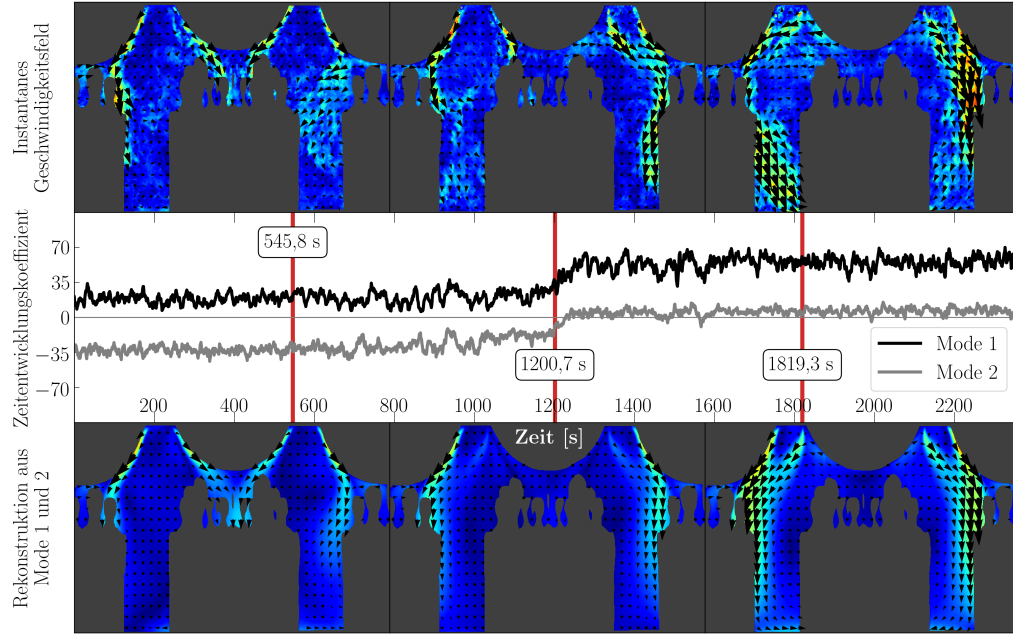


Abbildung 5.16.: Ausschnitte der Zeitentwicklungskoeffizienten der Moden 1 und 2 für $Ri = 8,99$. Oberhalb befinden sich die instantanen Geschwindigkeitsfelder zu den mit roten Linien markierten Zeitpunkten. Unterhalb befinden sich Rekonstruktionen des Geschwindigkeitsfeldes aus den Moden 1 und 2. In den Vektorfeldern ist die Magnitude zur besseren Orientierung farblich hinterlegt.

Das Eigenwertspektrum aus Abbildung 5.10 zeigt für den Fall $Ri = 8,99$ in der zweiten Mode einen deutlich höheren Wert (knapp 10%), als dies bei anderen Richardsonzahlen der Fall ist (maximal 2,3%). Dies deutet darauf hin, dass es sich bei der zweiten Mode ebenfalls um eine dominante Struktur handelt, die die Strömung in hohem Maß beeinflusst. Für den Fall $Ri = 8,99$ ist in Abbildung 5.16 ein Ausschnitt der Zeitentwicklungskoeffizienten der Moden 1 und 2 abgebildet. Der Zeitentwicklungskoeffizient von Mode 1 (schwarz) ist immer positiv. In den ersten 1000 s ist seine Amplitude relativ klein und steigt dann in den darauf folgenden 250 s deutlich an. Der Entwicklungskoeffizient von Mode 2 (grau) hingegen ist während der ersten 1000 s negativ und nimmt anschließend Werte nahe Null an. Betrachtet man die Geschwindigkeitsfelder zu den markierten Zeitpunkten, erkennt

man im Bereich vor dem sprunghaften Anstieg der Entwicklungskoeffizienten einen Zustand, bei dem die inneren Wandstrahlen noch an der gekrümmten Grenzfläche anliegen. Nach etwa 1250 s kommt es jedoch zu einer Zustandsänderung in der Strömung. Ab diesem Zeitpunkt ist die vorherrschende Struktur ein Strömungsfeld, bei dem die beiden inneren Wandstrahlen aufgrund der aufsteigenden warmen Luft in der Mitte des Messbereiches nicht mehr der gekrümmten Grenzfläche folgen. Die inneren Wandstrahlen werden nach dem Eintritt in die Zelle in Richtung der äußeren Wandstrahlen abgelenkt und wechselwirken nicht mehr in dem Maße wie zuvor mit der warmen aufsteigenden Luft. Dies führt zu einem geringeren Enthalpiestrom zwischen Ein- und Auslass, wie in Abschnitt 5.5.4 gezeigt wird. Zum Zeitpunkt des sprunghaften Anstiegs zeigt das Geschwindigkeitsfeld einen Transitionszustand mit noch teilweise anliegendem linken inneren Wandstrahl und bereits abgelöstem rechten inneren Wandstrahl. Da der Entwicklungskoeffizient von Mode 2 nach dem Anstieg nahe der Null verläuft, sodass Mode 2 ab diesem Moment inaktiv wird, charakterisiert Mode 1 nun den neuen Zustand mit abgelösten inneren Wandstrahlen. Der Betrag der Amplitude des Entwicklungskoeffizienten der Mode 2 ist vor dem sprunghaften Anstieg höher als derjenige des Entwicklungskoeffizienten von Mode 1. Für den ersten Zeitabschnitt ist daher Mode 2 dominant, die den Zustand mit vier anliegenden Wandstrahlen beschreibt. Bei den Moden 1 und 2 handelt es sich um zwei kohärente Zustände, die zeitlich getrennt voneinander existieren. Am Anfang ist der kohärente Zustand von Mode 2 dominant, gegen Ende hin der kohärente Zustand von Mode 1. Diese zwei unabhängig voneinander existierenden Zustände führen dazu, dass man zu zwei verschiedenen Zeitpunkten nicht nur unterschiedliche Strömungstopologien und Dynamiken in der Konvektionszelle beobachtet, sondern dementsprechend auch Veränderungen der Temperaturfelder und somit auch des Wärmetransports hat. Welchen Einfluss die Dynamik dieser Strukturen auf den Wärmetransport hat, wird im folgenden Abschnitt diskutiert.

5.5.4. Einfluss der Dynamik kohärenter Strukturen auf den Wärmetransport

Die Dynamik von kohärenten Strömungsstrukturen beeinflusst das Strömungsfeld innerhalb der Konvektionszelle. Da die Temperaturen vor allem durch konvektiven

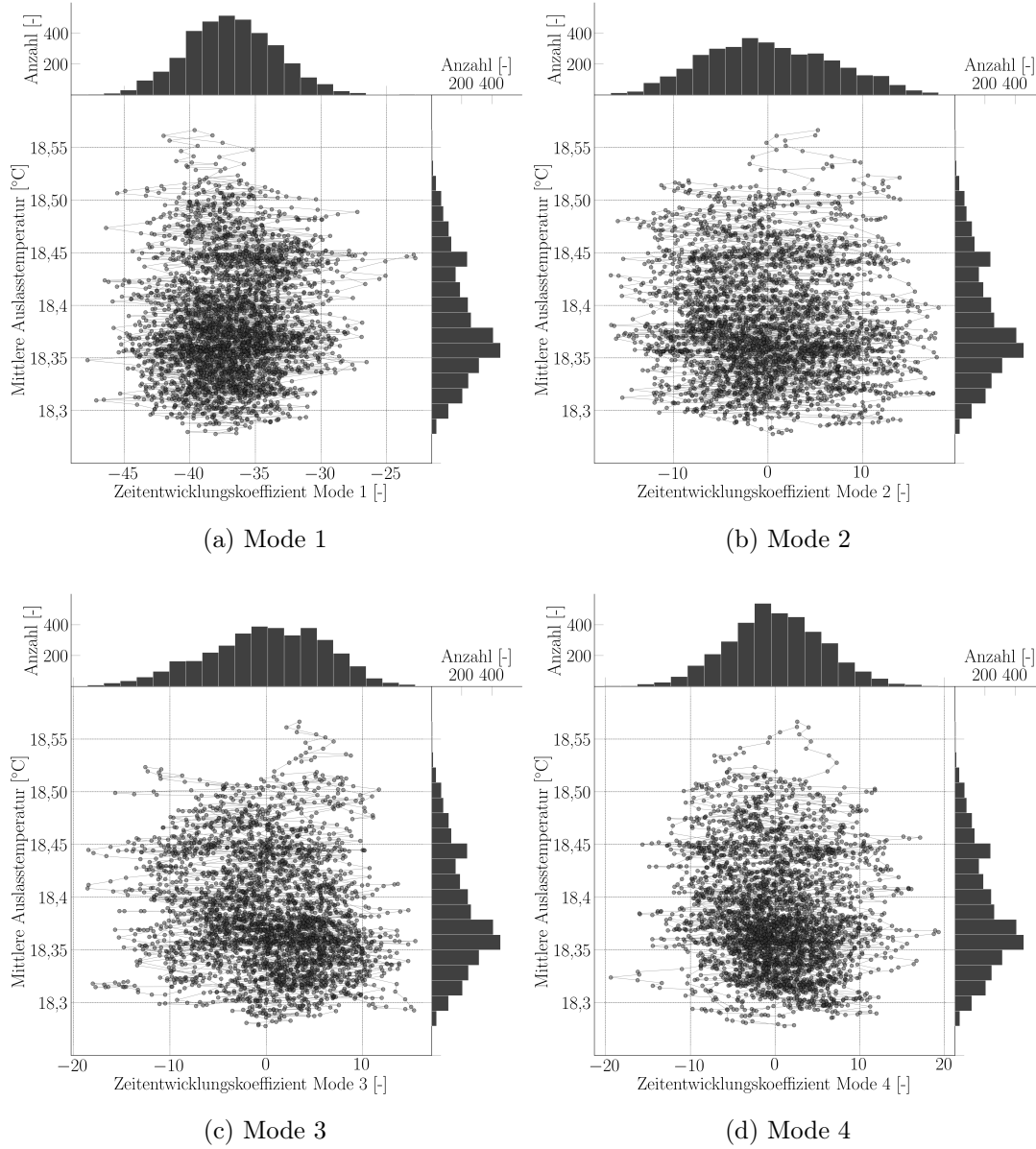


Abbildung 5.17.: Streudiagramme mit Entwicklungskoeffizient auf der x -Achse und den räumlich gemittelten Auslasstemperaturen auf der y -Achse für die ersten vier Moden im Fall $Re = 7,54$. Die Histogramme geben die dazugehörigen Verteilungen der Werte wieder.

Wärmetransport bestimmt werden, wird die Auswirkung der Dynamik und Topologie der kohärenten Strukturen auf die Auslasstemperaturen untersucht. Für

die ersten vier Moden jeder Langzeitmessung werden die räumlich gemittelten Auslasstemperaturen in einem Streudiagramm den Entwicklungskoeffizienten der jeweiligen Moden gegenübergestellt. Die Aufnahmefrequenz der Auslasstemperaturen ist geringer als die Aufnahmefrequenz der instantanen Geschwindigkeitsfelder. Daher wird die Temperaturzeitreihe linear interpoliert, sodass die Zeitabstände der Temperaturen der Abtastrate des Zeitentwicklungskoeffizienten entsprechen. Im Streudiagramm werden Punktpaare aufeinanderfolgender Zeitpunkte mit einer Linie verbunden, um die zeitliche Entwicklung kenntlich zu machen. Histogramme der gemittelten Auslasstemperaturen und der Entwicklungskoeffizienten der entsprechenden Mode werden entlang der jeweiligen Achsen visualisiert. Für die Fälle $\mathcal{R}_i = 3,87$, $\mathcal{R}_i = 5,78$, $\mathcal{R}_i = 6,83$ und $\mathcal{R}_i = 7,54$ liefert die Untersuchung qualitativ vergleichbare Ergebnisse. Abbildung 5.17 zeigt das Ergebnis dieser Analyse exemplarisch für den Fall $\mathcal{R}_i = 7,54$. Die Streudiagramme zeigen einzelne Punktwolken. Es besteht somit kein Zusammenhang zwischen den räumlich gemittelten Auslasstemperaturen und den Entwicklungskoeffizienten der ersten vier Moden. Anhand der Histogramme erkennt man, dass die Entwicklungskoeffizienten näherungsweise symmetrisch verteilt sind. Ab der zweiten Mode liegt das Zentrum der Verteilung in etwa bei Null. Die Moden befinden sich zu gleichen Anteilen in der Phase mit positivem Entwicklungskoeffizienten beziehungsweise in der Phase mit negativem Entwicklungskoeffizienten. Die Verteilung der Auslasstemperaturen ist rechtsschief. Niedrigere Auslasstemperaturen kommen häufiger vor als höhere.

Abbildung 5.18 zeigt die Streudiagramme für den Fall $\mathcal{R}_i = 8,99$. Die Verteilung der Punkte ist im Unterschied zum vorherigen Fall durch zwei Häufungspunkte gekennzeichnet. Die bimodale Temperaturverteilung wird durch zwei Gausfunktionen approximiert und ist in Abbildung a) dargestellt. Die durch die Gausfunktionen bestimmten mittleren Temperaturen innerhalb der beiden Zustände betragen $19,325(1)^\circ\text{C}$ und $19,085(1)^\circ\text{C}$. Die Werte in Klammern geben die statistische Unsicherheit der Erwartungswerte an. Die beiden Häufungspunkte im Streudiagramm stellen eigenständige Zustände dar, da diese zeitlich entkoppelt sind. Ferner gibt es einen Übergangsbereich der Restrukturierung, in dem der Zustand undefiniert ist. Die zeitlich gemittelte Auslasstemperatur unterscheidet sich in beiden Zuständen somit um $0,240(2)\text{K}$. Die unterschiedlichen mittleren Temperaturen sind, wie in Abbildung 5.18 a) und b) zu erkennen, Resultat der unter-

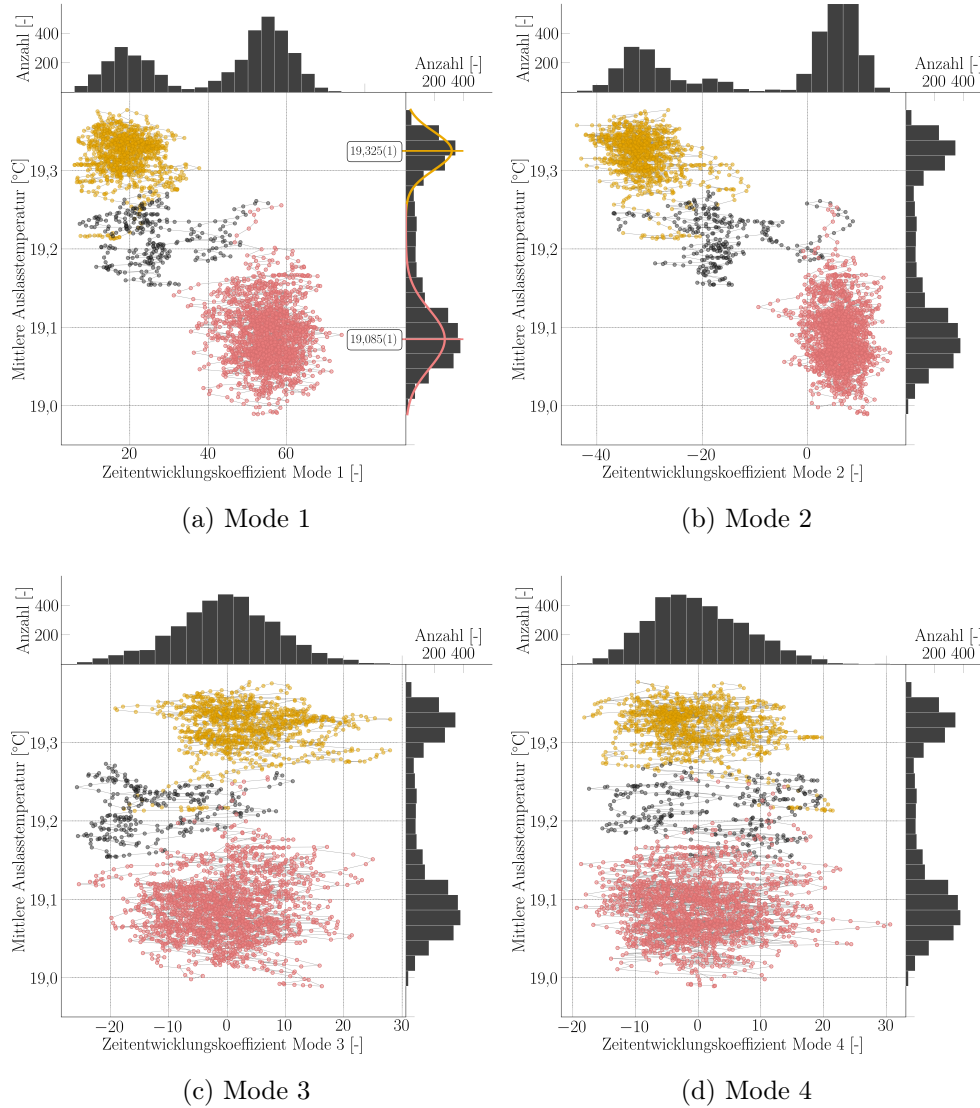


Abbildung 5.18.: Streudiagramme mit Entwicklungskoeffizient auf der x -Achse und den räumlich gemittelten Auslasstemperaturen auf der y -Achse für die ersten vier Moden im Fall $\mathcal{R}i = 8,99$. Die Histogramme geben die dazugehörigen Verteilungen der Werte wieder. Punkte in gelb korrespondieren zu Zeitpunkten mit $t \leq 1000$ s, Punkte in rot korrespondieren zu Zeitpunkten mit $t \geq 1250$ s. Für den Übergangsbereich $1000 \text{ s} < t < 1250 \text{ s}$ sind die Punkte grau markiert. In Abbildung a) ist die bimodale Temperaturverteilung, welche über zwei Gaussfunktionen approximiert wird, dargestellt. Die Mittelwerte der beiden Gaussfunktionen sowie deren statistischer Fehler sind angegeben.

schiedlichen großskaligen Strömungsstrukturen, die durch die ersten beiden Moden repräsentiert werden. Die Zeitentwicklungskoeffizienten für die Moden 3 und 4 haben eine unimodale Häufigkeitsverteilung. Hieraus lässt sich folgern, dass diese Zustände keinen signifikanten Einfluss auf die Temperaturzustände am Auslass haben. Ihre Dynamik verhält sich gegenüber dem Temperaturwechsel indifferent. Die Häufigkeitsverteilungen der Entwicklungskoeffizienten der Moden 1 und 2 sind hingegen bimodal. Je ein Zustand der Entwicklungskoeffizienten korreliert mit je einem Zustand der Auslasstemperaturen. Wie in Abschnitt 5.5.3 gezeigt, existieren im Fall $Re = 8,99$ zwei dominante kohärente Strömungszustände, die durch die Moden 1 und 2 charakterisiert werden. Aus Abbildung 5.16 erkennt man, dass der erste Zustand zum Zeitpunkt $t \approx 1000$ s endet und der zweite Zustand zum Zeitpunkt $t \approx 1250$ s beginnt. Zwischen diesen Zeitpunkten findet ein Übergang statt. In den Streudiagrammen wurden daher alle Punktpaare mit $t < 1000$ s gelb und alle Punktpaare mit $t > 1250$ s rot markiert. Punktpaare des Übergangsbereichs mit $1000 \text{ s} \leq t \leq 1250 \text{ s}$ wurden grau markiert. Der Anstieg des Modalwerts des Zeitentwicklungskoeffizienten von Mode 1 von etwa 20 auf 55 wird von einer Verringerung der Auslasstemperatur begleitet. Bei gleichem Wärmeeintrag ist im zweiten Zustand mit abgelösten inneren Wandstrahlen die mittlere Verweildauer geringer, wodurch niedrigere Auslasstemperaturen erreicht werden als im ersten Zustand mit anliegenden inneren Wandstrahlen.

Es ist festzuhalten, dass die oszillierenden Entwicklungskoeffizienten höherer Moden zwar Einfluss auf das Geschwindigkeitsfeld haben, dieser aber nicht ausreicht, um signifikante Veränderungen der Auslasstemperatur zu bewirken. Erst unter Zustandsänderungen der energiereichen Moden 1 und 2 im Fall $Re = 8,99$ sind Auswirkungen des veränderten Strömungszustandes auf die Auslasstemperatur zu verzeichnen. Wodurch der Zustandswechsel verursacht wird, lässt sich jedoch nicht identifizieren. Ebenso, lässt sich keine Aussage darüber treffen, ob solche Zustandsänderungen singuläre Ereignisse sind oder ob diese periodisch oder zufällig auftreten. Aufgrund der langen Zeitskalen, auf denen bei solch großskaligen Strukturen Änderungen auftreten, wären deutlich längere Messdauern von mehreren Tagen oder Wochen notwendig.

5.6. Großskalige Rollenstrukturen

In Abschnitt 5.3 konnte anhand der mittleren Geschwindigkeitsfelder in der rechten Hälfte der Konvektionszelle die Ausbildung einer thermisch induzierten großskaligen Rollenstruktur beobachtet werden. Mit steigendem Einfluss der thermisch induzierten Auftriebsströmung ist diese stärker ausgeprägt. Primäre Ursache für die Entstehung der Rollenstruktur ist das frühere Ablösen des rechten äußeren Wandstrahls. Durch die Ablenkung in Richtung Mitte kommt es zu einer ausgeprägteren Wechselwirkung des Wandstrahls mit dem Hauptströmungsgebiet. Wie im nachfolgenden Abschnitt gezeigt, führt dies zu höheren Geschwindigkeitsfluktuationen. Zur Charakterisierung dieser Rollenstrukturen wird der Wirbelalgorithmus aus Abschnitt 4.1 verwendet. Die skalare Funktion Γ wird für jedes instantane Geschwindigkeitsfeld der Langzeitmessungen berechnet. Da die räumliche Mittelung (Tiefpassfilter) zu hohen Rechenzeiten führt, wird in jedem instantanen Geschwindigkeitsfeld nur jeder dritte Geschwindigkeitsvektor berücksichtigt. Der Verlust an Auflösung ist aufgrund der hohen Vektordichte vertretbar und stellt keinerlei Einschränkung für die präzise Ermittlung des Wirbelzentrums dar. Aus dem Maximum von $|\Gamma|$ lässt sich für jedes instantane Geschwindigkeitsfeld die Zentrumsposition des Wirbels detektieren. Abbildung 5.19a zeigt dies beispielhaft für ein instantantes Geschwindigkeitsfeld. Dargestellt ist das skalare Feld Γ sowie die mit einem grauen Kreuz markierte Zentrumsposition der großskaligen Rollenstruktur. Zur Gewährleistung einer ausreichend großen Stichprobenmenge werden für die Bestimmung des Wirbelzentrums nur die Zeitreihen der Langzeitmessungen mit jeweils 3600 instantanen Geschwindigkeitsfeldern verwendet. Zusätzlich bleibt hier die in Gleichung 4.2 verwendete Anzahl an Gitterpunkten M innerhalb der für die Mittelung verwendeten Fläche S konstant, auch wenn durch maskierte Bereiche weniger Gitterpunkte für die Mittelung berücksichtigt werden. Diese Maßnahme ist notwendig, um eine Fehlinterpretation von Γ in Eckbereichen und an den Rändern zu vermeiden.

In Abbildung 5.19 sind die Histogramme der horizontalen und vertikalen Positionen des Wirbelzentrums in der rechten Hälfte bei einer Wärmeleistung von $\dot{Q}_W = 75 \text{ W}$ als Funktion der Reynoldszahlen $\mathcal{Re} = 1,59 \times 10^5$, $\mathcal{Re} = 1,39 \times 10^5$ und $\mathcal{Re} = 1,25 \times 10^5$ dargestellt. Die Form der Histogramme ist näherungsweise

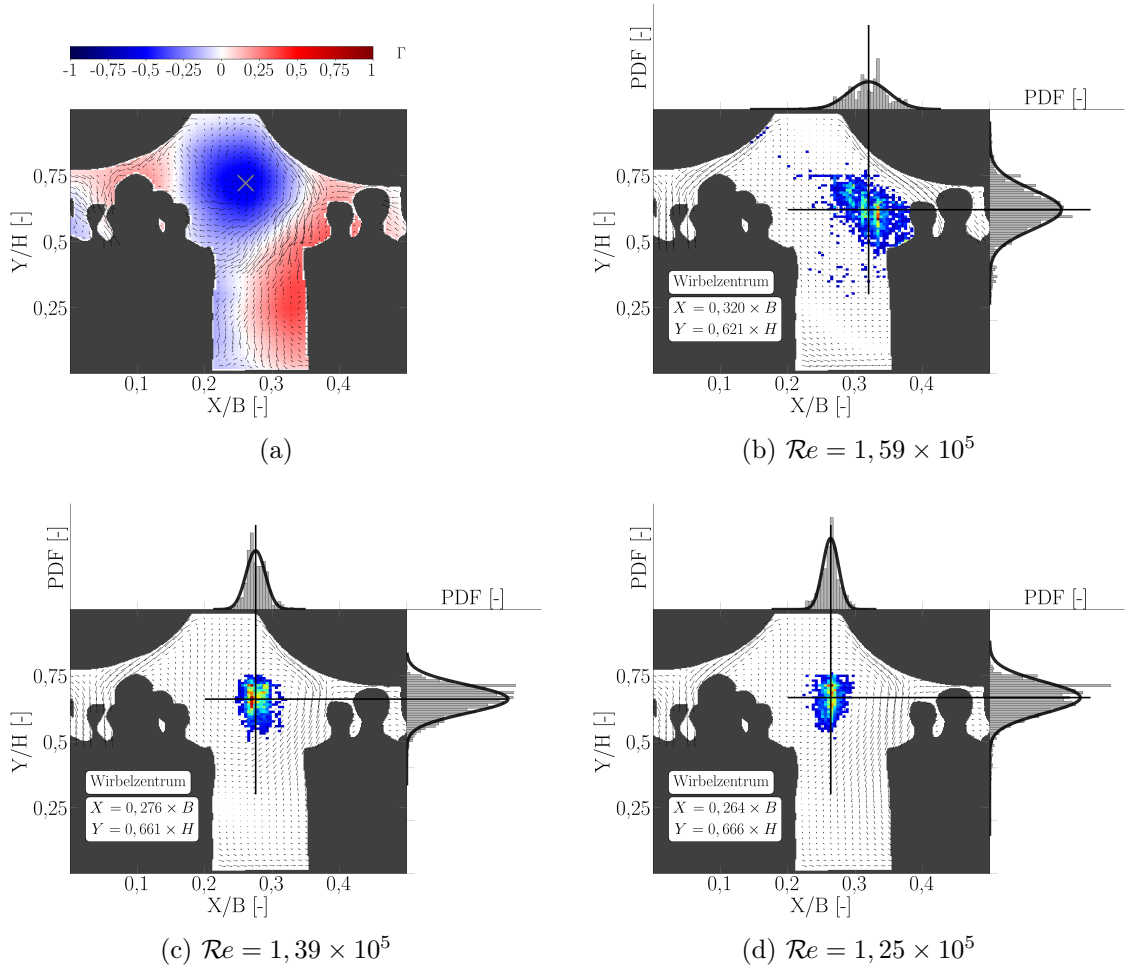


Abbildung 5.19.: Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen (PDF) der Position des Wirbelzentrums in horizontaler und vertikaler Richtung in der rechten Hälfte der Konvektionszelle bei konstanter Wärmeleistung $\dot{Q}_W = 75 \text{ W}$ und variabler Reynoldszahl: a) $Re = 1,59 \times 10^5$, b) $Re = 1,39 \times 10^5$, c) $Re = 1,25 \times 10^5$. Die räumliche Verteilung der Zentrumspositionen in der Messebene ist farblich dargestellt und die mittlere Zentrumsposition entsprechend der Erwartungswerte der Gaußfunktionen mittels schwarzer Linien visualisiert. Im Hintergrund ist das mittlere Geschwindigkeitsfeld des entsprechenden Falls durch Vektorpfeile dargestellt.

achsensymmetrisch. Zur Beschreibung der Zentrumsposition mittels einer Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion (PDF) wird daher eine Gaußfunktion verwendet. Sie wird über die Methode der kleinsten Quadrate aus der Zentrumsverteilung bestimmt und ist jeweils für die horizontale und vertikale Richtung als schwarze Kur-

ve dargestellt. Die zweidimensionale Verteilungsdichte in der Messebene ist farblich markiert und die mittlere Zentrumsposition entsprechend der Erwartungswerte der Gaußfunktionen mittels schwarzer Linien visualisiert. Im Hintergrund ist das mittlere Geschwindigkeitsfeld des entsprechenden Falls durch Vektorpfeile dargestellt. Es ist zu erkennen, dass sich das Zentrum der Rollenstruktur mit abnehmender Reynoldszahl von der konvexen rechten Wandkontur entfernt und sich in Richtung Mitte verschiebt. Bei einer Reynoldszahl von $Re = 1,59 \times 10^5$ befindet sich das Zentrum im Mittel an der horizontalen Position $X = 0,320 \times B$, während es für $Re = 1,25 \times 10^5$ an der Position $X = 0,264 \times B$ liegt. In vertikaler Richtung verändert sich die Position von $Y = 0,621 \times H$ bei $Re = 1,59 \times 10^5$ auf $Y \approx 0,66 \times H$ bei $Re = 1,39 \times 10^5$ und $Re = 1,25 \times 10^5$. Steigender Einfluss der thermisch induzierten Auftriebsströmung führt somit zu einer Verlagerung des Wirbelzentrums in Richtung Gang um $\Delta X = 0,056 \times B$ sowie zu einer Veränderung in der Höhe um $\Delta Y = 0,045 \times H$.

Mit dem Wirbeldetektionsverfahren kann auf beschriebene Weise gut analysiert werden, wie das Verhältnis von Auftriebs- zu Trägheitskräften die Zentrumsposition beeinflusst. Bereits geringe Veränderungen der Reynoldszahl haben signifikante Auswirkungen auf die Zentrumsposition. Die Entstehung der großskaligen Rollenstruktur wird einerseits durch den sich ablösenden rechten äußeren Wandstrahl sowie durch die warme aufsteigende Luft in der Mitte und die nach unten gerichtete kalte Luft des rechten äußeren Wandstrahls getrieben. Je kleiner die Reynoldszahl ist beziehungsweise je größer der Einfluss der thermischen Konvektion, desto stabiler und lokalisierter ist die Zentrumsposition, wie man anhand der Histogramme in Abbildung 5.19 erkennt. Im Fall $Re = 1,59 \times 10^5$ ist die räumliche Verteilung im Vergleich zu den anderen Fällen eher in die Länge gezogen und weniger stark lokalisierbar, sodass bei stärkerer erzwungener Konvektion mit dem Auflösen der Rollenstruktur zu rechnen ist.

5.7. Skalenverhalten und Wärmetransport

Um den Einfluss von erzwungener und freier Konvektion auf einzelne physikalische Prozesse zu untersuchen, werden die betrachteten Größen entdimensionalisiert und in Abhängigkeit der Reynolds-, Grashof- und Richardsonzahl dargestellt.

Nachfolgend wird als Maß für die Geschwindigkeitsfluktuation die normierte Standardabweichung, für den Wärmetransport die Nusseltzahl und für die das System charakterisierende Frequenz die Strouhalzahl verwendet und in Relation zur Re , Gr und Ri dargestellt.

In Abschnitt 5.4 wurden die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen der Geschwindigkeitskomponenten u und v bei konstanter Reynoldszahl $Re = 1,39 \times 10^5$ und steigender Nusseltzahl bestimmt. Die beobachtete Verbreiterung der Standardabweichungen σ_u , $\sigma_{v,W}$ und $\sigma_{v,B}$ wird verwendet, um den Einfluss der thermischen Auftriebsströmung auf das Geschwindigkeitsfeld zu analysieren. Die Standardabweichungen werden mit den entsprechenden Standardabweichungen σ_u^0 , $\sigma_{v,W}^0$ und $\sigma_{v,B}^0$ bei $Ri = 0$ normiert und in Abhängigkeit der Richardsonzahl dargestellt. Sie stellen ein Maß für die Geschwindigkeitsfluktuationen dar. Abbildung 5.20 zeigt die normierten Standardabweichungen in Abhängigkeit der Richardsonzahl für drei unterschiedliche Reynoldszahlen $Re = 1,26 \times 10^5$ (Abbildungen a und b), $Re = 1,39 \times 10^5$ (Abbildungen c und d) und $Re = 1,59 \times 10^5$ (Abbildungen e und f). Die normierten Standardabweichungen der v -Komponente sind unterteilt in jene für die Wandstrahlen (rot) und den Bulk (blau). Für $Re = 1,26 \times 10^5$ steigt σ in allen Fällen an. Die Fluktuation der u -Komponente erreicht für $Ri = 7,54$ einen Wert von $\sigma_u = 1,33 \times \sigma_u^0$. Für $Ri = 8,99$ steigt sie deutlich auf $\sigma_u = 1,71 \times \sigma_u^0$ an. Die Fluktuation der v -Komponente des Bulk erreicht für $Ri = 7,54$ einen Wert von $\sigma_{v,B} = 1,30 \times \sigma_{v,B}^0$ und steigt für $Ri = 8,99$ auf $\sigma_{v,B} = 1,48 \times \sigma_{v,B}^0$ an. Für $Ri = 6,20$ erreicht $\sigma_{v,W} = 1,08 \times \sigma_{v,W}^0$ und steigt nachfolgend mit erhöhter Steigung für $Ri = 8,99$ auf $\sigma_{v,W} = 1,45 \times \sigma_{v,W}^0$. Ein vergleichbares Verhalten ist für die Fluktuationen im Fall $Re = 1,39 \times 10^5$ zu beobachten. Für $Ri = 5,78$ erreicht $\sigma_u = 1,19 \times \sigma_u^0$ und steigt anschließend für $Ri = 6,83$ auf den deutlich höheren Wert von $\sigma_u = 1,64 \times \sigma_u^0$. Die Fluktuationen der v -Komponente des Bulk und der Wandstrahlen erreichen für $Ri = 4,61$ Werte von $\sigma_{v,B} = 1,06 \times \sigma_{v,B}^0$ und $\sigma_{v,W} = 1,05 \times \sigma_{v,W}^0$. Für $Ri = 6,83$ steigen beide weiter auf $\sigma_{v,B} = 1,38 \times \sigma_{v,B}^0$ und $\sigma_{v,W} = 1,33 \times \sigma_{v,W}^0$ an. Der steigende Verlauf der normierten Standardabweichungen in den Fällen $Re = 1,26 \times 10^5$ und $Re = 1,39 \times 10^5$ ist durch die Destabilisierung der Wandstrahlen zu erklären, die von der thermisch induzierten Auftriebsströmung ausgelöst wird. Wie in Abschnitt 5.3 bereits diskutiert, wird das Strömungsprofil der Grenzschicht durch die erratisch aufsteigenden Wärmepakete

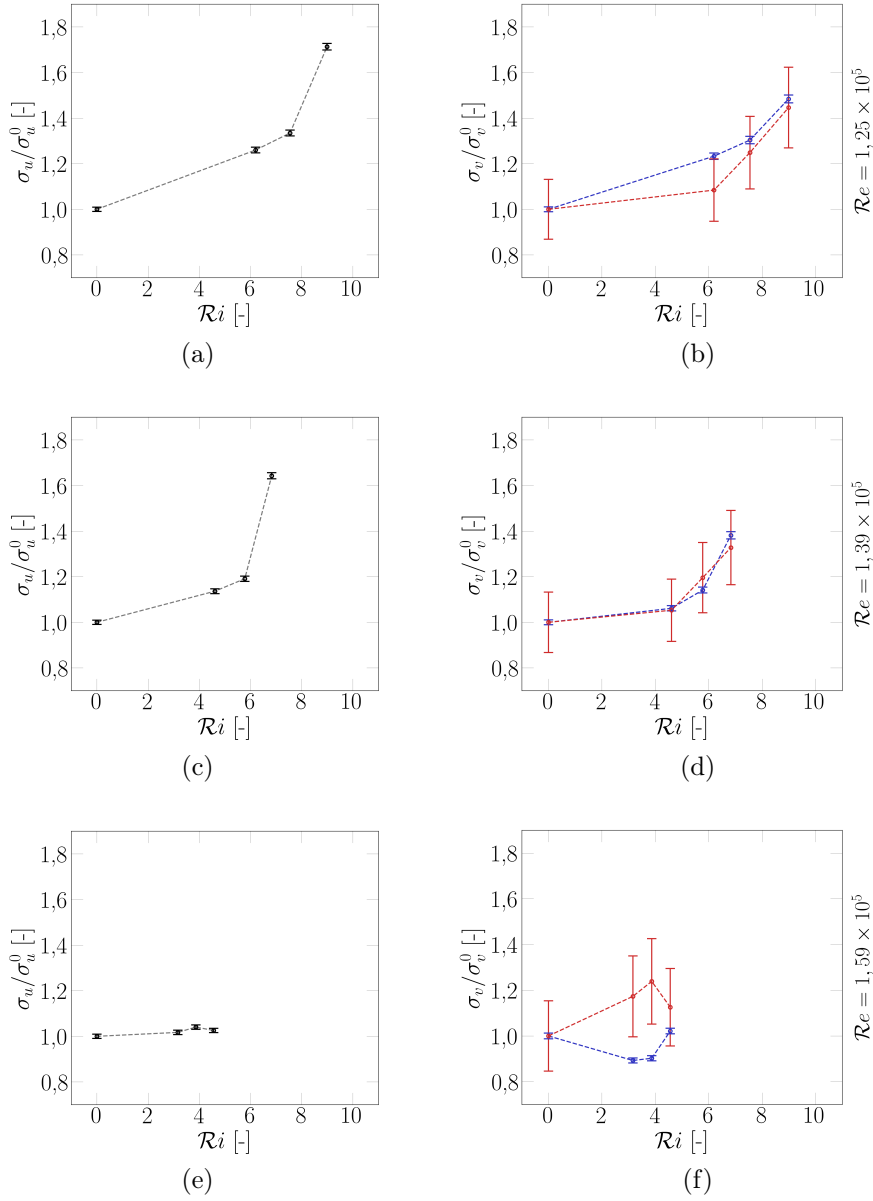


Abbildung 5.20.: Normierte Standardabweichung der Geschwindigkeitskomponenten u und v in Abhängigkeit der Ri -Zahl für drei unterschiedliche Reynoldszahlen: $Re = 1,26 \times 10^5$ (a und b), $Re = 1,39 \times 10^5$ (c und d), $Re = 1,59 \times 10^5$ (e und f). Die v -Komponente ist in die Bereiche der Wandstrahlen (rot) und des Bulk (blau) unterteilt. Die Fehlerbalken ergeben sich mittels Fehlerfortpflanzung aus der statistischen Unsicherheit der Standardabweichung σ aus der Kovarianzmatrix.

gestört. Der Umschlag zur turbulenten Grenzschicht reduziert den Druckgradienten in wandnormaler Richtung und ist für das frühere Ablösen der Wandstrahlen verantwortlich. Dies führt zu einer verstärkten Wechselwirkung der Wandstrahlen mit der aufsteigenden warmen Luft und somit zu einer effektiveren Durchmischung. In Abschnitt 5.5.3 wurde anhand des Zeitentwicklungskoeffizienten die Ablösung des rechten Wandstrahls untersucht. Hier konnte gezeigt werden, dass das Ablösegebiet nicht stationär ist, sondern zwischen zwei Zuständen schwankt. Das Oszillieren des Wandstrahls verursacht erhöhte Geschwindigkeitsfluktuationen im Bereich des Wandstrahls sowie eine stärkere Dynamik im Bulk, was zu einem Anstieg der Fluktuationen σ_u , $\sigma_{v,B}$ und $\sigma_{v,W}$ führt. Der steilere Anstieg der Standardabweichungen in den beiden Fällen $Re = 1,26 \times 10^5$ und $Re = 1,39 \times 10^5$ für $Ri = 8,99$ und $Ri = 6,83$ wird dem Wechsel der dominanten kohärenten Struktur zugeschrieben. Die direkte Ablenkung der inneren Strahlen aufgrund der Wechselwirkung mit der thermisch induzierten Auftriebsströmung ändert die Topologie des Strömungsfeldes gegenüber der Topologie des Strömungsfeldes bei anliegenden inneren Wandstrahlen deutlich. Die Interaktion der äußeren und inneren Strahlen führt zur Verbreiterung der Strahlen. Aufgrund der Verbreiterung und den Schwankungen in der Ablöseposition der äußeren Wandstrahlen steigt der Einfluss auf die Fluktuationen des Geschwindigkeitsfeldes deutlich. Anders verhält es sich für den Fall $Re = 1,59 \times 10^5$. Die Fluktuation der u -Komponente ist annähernd konstant. Die Fluktuation der v -Komponente im Bulk sinkt für $Ri = 3,16$ und $Ri = 3,87$ auf $\sigma_{v,B} = 0,9 \times \sigma_{v,B}^0$. Für $Ri = 4,56$ steigt sie wieder leicht auf den ursprünglichen Wert $\sigma_{v,B} = 1 \times \sigma_{v,B}^0$. Die Fluktuation der v -Komponente der Wandstrahlen steigt bis $Ri = 3,87$ auf den Wert $\sigma_{v,W} = 1,24 \times \sigma_{v,W}^0$ und sinkt anschließend wieder für $Ri = 4,56$ auf den Wert $\sigma_{v,W} = 1,13 \times \sigma_{v,W}^0$. Für $Re = 1,59 \times 10^5$ ist der Eigenimpuls der Wandstrahlen höher. Eine Destabilisierung der Wandstrahlen, wie sie für $Re = 1,26 \times 10^5$ und $Re = 1,39 \times 10^5$ beobachtet wird, findet hier nicht statt. Für $Ri = 4,56$ kann sogar der gegensätzliche Effekt beobachtet werden. Die Fluktuation der v -Komponente der Wandstrahlen sinkt von $\sigma_{v,W} = 1,24 \times \sigma_{v,W}^0$ auf $\sigma_{v,W} = 1,13 \times \sigma_{v,W}^0$. Die Auftriebsströmung hat hier womöglich eine stabilisierende Wirkung auf die Wandstrahlen. Mögliche Ursache ist, dass die thermisch induzierte Auftriebsströmung nicht bis zur Grenzschicht der Wandstrahlen vordringt, um diese zu stören.

Wie gezeigt, bestimmt die Wechselwirkung der aufsteigenden wärmeren Luft mit den kälteren nach unten gerichteten Wandstrahlen die Topologie der Strömung. Welche Auswirkung dies auf den Wärmetransport und die Dynamik hat und wie diese mit den systemrelevanten Kennzahlen skalieren, wird nun im Folgenden diskutiert. Die Diskussion des Wärmetransports erfolgt auf Grundlage der verlustkorrigierten Auslasstemperaturen Θ_{out} nach Tabelle 5.2 sowie der Kennzahlen aus Tabelle 5.3 anhand der Fälle mit thermischer Konvektion. Die höchste Auslasstemperatur von $21,2^\circ\text{C}$ wird für eine Wärmeleistung von $91,1\text{ W}$ und einen Volumenstrom von $0,385 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$ erreicht, während die geringste Auslasstemperatur $16,68^\circ\text{C}$ bei einer Wärmeleistung von $59,7\text{ W}$ und einem Volumenstrom von $0,489 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$ erreicht wird. Bei konstanter Wärmeleistung ist die Auslasstemperatur umso größer, je geringer der Volumenstrom ist. In Bezug auf die Kennzahlen bedeutet dies, dass für konstante Wärmeleistung die Nusseltzahl mit steigender Reynoldszahl wächst. Hieraus lässt sich schließen, dass ein geringerer Volumenstrom die mittlere Verweildauer eines Luftpakets erhöht und das Luftpaket mehr Zeit hat, sich zu erwärmen. Aus dem Enthalpieunterschied $Q_{\text{in-out}}$ zwischen Ein- und Auslass und dem in die Konvektionszelle eingebrachten Wärmestrom \dot{Q}_W lässt sich die theoretische Verweildauer $\Delta\mathcal{T}$ eines Luftpakets abschätzen. Unter der Annahme einer homogenen Temperaturverteilung definiert sich $\Delta\mathcal{T}$ aus der Bedingung

$$Q_{\text{in-out}} = c_p \cdot \varrho \cdot V \cdot (\Theta_{\text{out}} - \Theta_{\text{in}}) = 48 \cdot \dot{Q}_W \cdot \Delta\mathcal{T} \quad (5.3)$$

$$\Delta\mathcal{T} = \frac{c_p \cdot \varrho \cdot V \cdot (\Theta_{\text{out}} - \Theta_{\text{in}})}{48 \cdot \dot{Q}_W}. \quad (5.4)$$

V bezeichnet das Luftvolumen der Konvektionszelle. Aus Gleichung 5.4 ergibt sich, dass $\Delta\mathcal{T} \propto \text{Nu}^{-1}$. Je höher die Nusseltzahl, umso geringer die theoretische Verweildauer des Luftpakets.

Betrachtet man die Nusseltzahlen aus Tabelle 5.3 für konstante Reynoldszahl und variierende Wärmeleistung, so fällt auf, dass die Nusseltzahlen in etwa konstant sind. Aus der Definitionsgleichung der Nusseltzahl folgt, dass diese sowohl durch die eingebrachte Wärmestromdichte \dot{q} als auch durch die Temperaturdifferenz $\Delta\Theta$ zwischen Ein- und Auslass bestimmt ist. Die Erhöhung der Wärmeleistung, welche zu einer erhöhten Wärmestromdichte führt, wird von einer näherungs-

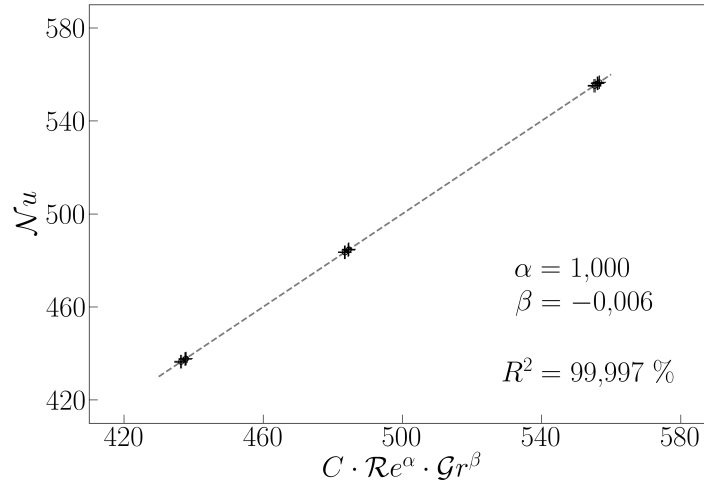


Abbildung 5.21.: Nusselzahl als Funktion der Reynolds- und Grashofzahl.

weise gleich starken prozentualen Erhöhung der Temperaturdifferenz $\Delta\Theta$ begleitet. Die Nusseltzahl ist unabhängig von der Grashofzahl. Das Verhältnis von konvektivem Wärmeübergang und Wärmeleitung bleibt daher näherungsweise gleich. Im selben Maß, wie die Wärmeleistung erhöht wird, erhöht sich auch die Wärmeleitung in der Grenzschicht der Wärmequellen. Aus diesem Grund findet der Abtransport der Wärme im Vergleich zum Wärmeeintrag stets mit der selben Effektivität statt. Dies spiegelt sich auch in der Stantonzahl wider, die die eingebrachte Wärme ins Verhältnis setzt zur abtransportierten Wärme. Im untersuchten Bereich ist sie nahezu konstant mit Werten zwischen $4,900 \cdot 10^{-3} \leq St \leq 4,917 \cdot 10^{-3}$. Selbst unter Einfluss erhöhter erzwungener Konvektion, wodurch wie nachfolgend gezeigt Veränderungen der Nusseltzahl verursacht werden, bleibt die Stantonzahl konstant.

Durch Änderungen der Reynoldszahl werden Änderungen der Nusseltzahl entsprechend Tabelle 5.3 erzielt. Dies spiegelt sich auch im Skalenverhalten der Nusseltzahl wider. Abbildung 5.21 zeigt das Skalenverhalten der Nusseltzahl in Abhängigkeit einer Kombination aus Reynolds- und Grashofzahl. Die Parameter der verwendeten Modellfunktion $Nu = C \cdot Re^\alpha \cdot Gr^\beta$ weisen mit $\alpha = 1,000(1)$ und $\beta = -0,0061(4)$ auf einen annähernd proportionalen Zusammenhang zwischen Nu und Re hin, während die Grashofzahl mit $\beta \approx 0$ keinen Einfluss hat. Das Bestimmtheitsmaß des gefundenen Zusammenhangs beträgt $R^2 = 99,997\%$. Für die

Verweildauer $\Delta\mathcal{T}$ gilt somit näherungsweise $\Delta\mathcal{T} \propto \mathcal{Nu}^{-1} \propto \mathcal{Re}^{-1}$. Eine Erhöhung der Reynoldszahl führt somit zu geringeren Verweildauern. Bezeichnet $\Delta\mathcal{T}_{\min}$ die kleinste Verweildauer für den Fall größter Reynoldszahl $\mathcal{Re} = 1,59 \times 10^5$, so beträgt die Verweildauer $\Delta\mathcal{T}_{\text{med}}$ im Fall mittlerer Reynoldszahl $\mathcal{Re} = 1,39 \times 10^5$ schon $\Delta\mathcal{T}_{\text{med}} = 1,14 \times \Delta\mathcal{T}_{\min}$ und die Verweildauer $\Delta\mathcal{T}_{\max}$ im Fall kleinster Reynoldszahl $\mathcal{Re} = 1,26 \times 10^5$ schon $\Delta\mathcal{T}_{\max} = 1,26 \times \Delta\mathcal{T}_{\min}$. Der beobachtete Rückgang der Grashofzahl bei konstanter Wärmeleistung und steigender Reynoldszahl ist dadurch zu erklären, dass $\Delta\mathcal{T}$ hin zu größeren Reynoldszahlen kleiner wird und somit eine geringere Erwärmung der Luft stattfindet. Wie aus Lehrbüchern [37] bekannt ist, steigt in einer turbulenten Rohrströmung mit zunehmender \mathcal{Re} die \mathcal{Nu} (Anstieg des Wärmeübergangskoeffizienten). Dadurch ist ein höherer Wärmeeintrag in das System gegeben, der zu einem größeren Enthalpieunterschied zwischen Ein- und Auslass führt. Im Fall der untersuchten Strömung kann sich das Fluid aufgrund der geringeren Verweildauer nicht schnell genug erwärmen, sodass mit steigender \mathcal{Re} niedrigere Auslasstemperaturen erreicht werden. Die kürzere Verweildauer dominiert daher in diesem Fall den höheren Wärmeeintrag bei steigender erzwungener Konvektion.

Zur Charakterisierung der Dynamik des Systems wird mit der Strouhalzahl $\mathcal{Sr} = f \cdot \ell / U$ eine weitere Kennzahl zur Beschreibung des Systems herangezogen. Dabei bezeichnet f eine das System charakterisierende Frequenz. Als charakteristische Länge ℓ wird die mittlere Weglänge zwischen Ein- und Auslass eines Luftpakets verwendet, die sich aus der Verweildauer $\Delta\mathcal{T}$ und der mittleren Geschwindigkeitsmagnitude \bar{U} über $\ell = \bar{U} \cdot \Delta\mathcal{T}$ ergibt. Die charakteristische Frequenz f wird mit Hilfe der mittleren Geschwindigkeitsfluktuation $\bar{\sigma}$ und der charakteristischen Systemlänge $\ell = 4A_Q/U_Q$ über $f = \bar{\sigma}/\ell$ definiert. Höhere Frequenzen werden für Strömungsfälle mit höheren mittleren Geschwindigkeitsfluktuationen erreicht. Infolgedessen wird eine bessere Durchmischung zwischen der thermisch induzierten Auftriebsströmung und der durch erzwungene Konvektion eingebrachten Wandstrahlen erzielt. Als charakteristische Geschwindigkeit wird die mittlere Einstömungsgeschwindigkeit $U = \dot{V}_{\text{in}}/A_{\text{in}}$ verwendet. In dieser Form dient die Strouhalzahl hier als Maß für die Durchmischung in der Zelle. Zur Berechnung der charakteristischen Frequenz werden die mittleren Geschwindigkeitsfluktuationen $\bar{\sigma}_u$ der u -Komponente, $\bar{\sigma}_v$ der v -Komponente und $\bar{\sigma}_U$ des Geschwindigkeitsbetrags

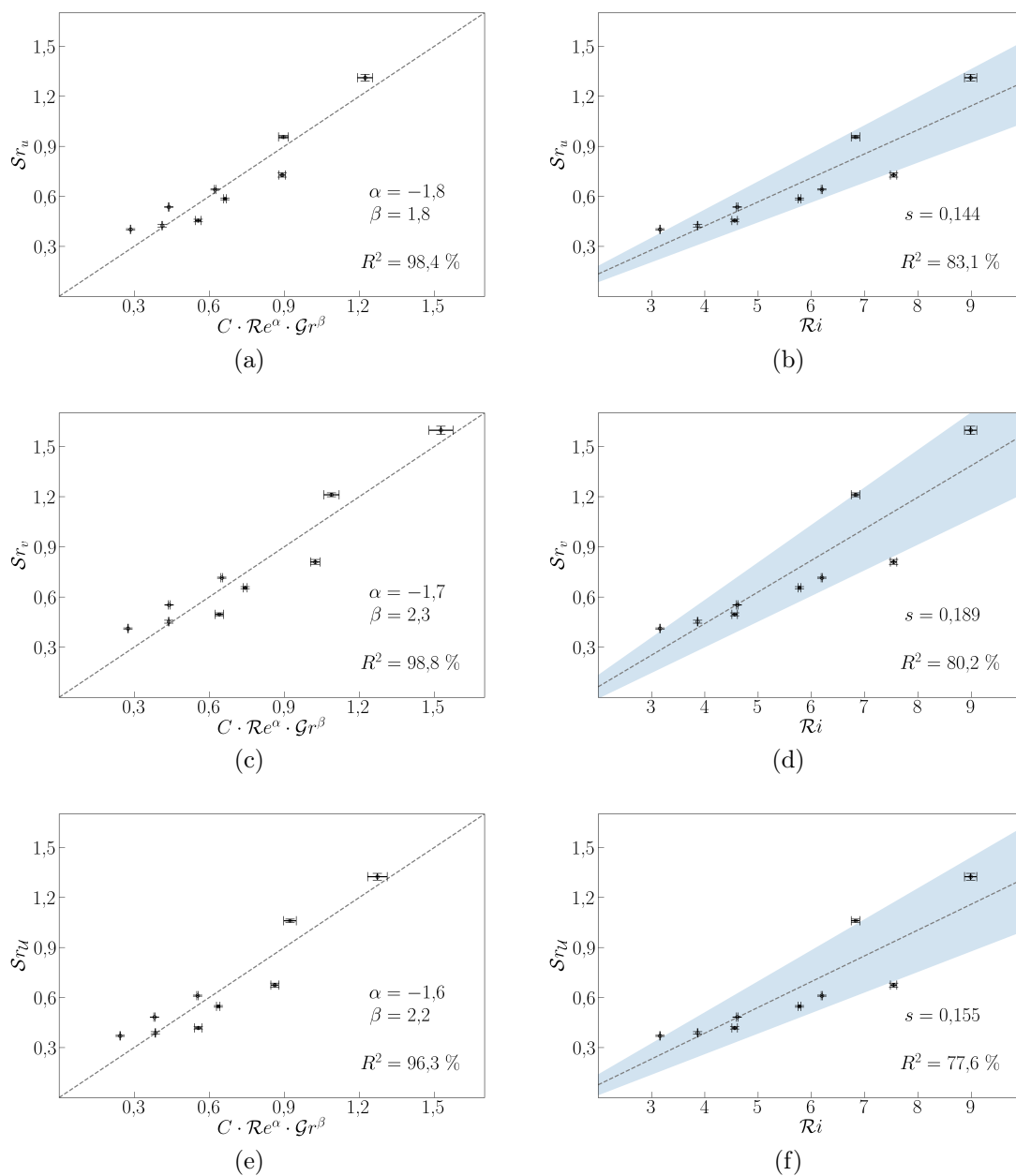


Abbildung 5.22.: Strouhalzahl als Funktion der Reynolds- und Grashofzahl (a, c, e) sowie als Funktion der Richardsonzahl (b, d, f). Der statistische Fehler der Geradensteigung ist blau hinterlegt. Zur Bildung der Strouhalzahl werden unterschiedliche charakteristische Frequenzen verwendet: (a) und (b) $f = \bar{\sigma}_u/\ell$, (c) und (d) $f = \bar{\sigma}_v/\ell$, (e) und (f) $f = \bar{\sigma}_u/\ell$.

verwendet. Somit ergeben sich drei Strouhalzahlen Sr_u , Sr_v und Sr_w . Abbildung 5.22 zeigt das Skalenverhalten der drei unterschiedlichen Strouhalzahlen als Funktion einer Kombination aus Reynolds- und Grashofzahl (Abbildungen (a), (c) und (e)) sowie als Funktion der Richardsonzahl (Abbildungen (b), (d) und (f)). Anhand der Fälle (a), (c) und (e) ist zu erkennen, dass die Reynoldszahl bei der Skalierung der Strouhalzahl mit negativem Exponenten eingeht. Eine Erhöhung der Reynoldszahl führt daher zu einer Verringerung der räumlich gemittelten Geschwindigkeitsfluktuationen, wie bereits in Abbildung 5.20 gezeigt. Im Fall mit $Re = 1,59 \times 10^5$ konnte dort eine Verringerung der Geschwindigkeitsfluktuationen beobachtet werden. Der höhere Impuls der eingebrachten Wandstrahlen sorgt für ein längeres Anhaften der Strahlen an der Wand, wodurch eine geringere Durchmischung erzielt wird. Die Grashofzahl geht bei der Skalierung der Strouhalzahl mit positivem Exponenten ein. Je stärker die Auftriebskräfte im System sind, umso größer sind die Geschwindigkeitsfluktuationen der einzelnen Geschwindigkeitskomponenten. Hierbei fällt auf, dass der Einfluss von Reynolds- und Grashofzahl auf die Dynamik der horizontalen Geschwindigkeitskomponente u zwar gegensätzlich aber annähernd gleich groß ist. Der Betrag des Exponenten beträgt für beide Kennzahlen in etwa 1,8. Für Sr_v ergibt sich ein anderes Bild. Mit einem Exponenten von 2,3 ist die Grashofzahl gegenüber der Reynoldszahl mit einem Exponenten von $-1,7$ dominanter. Die Fluktuationen in vertikaler Richtung zeigen somit eine stärkere Abhängigkeit von der Grashofzahl als von der Reynoldszahl, während die Fluktuationen in horizontaler Richtung von beiden Kennzahlen im selben Maß beeinflusst werden. Die gefundenen Zusammenhänge weisen mit Bestimmtheitsmaßen von über 96% eine Korrelation auf. Das Skalenverhalten der Strouhalzahl in Abhängigkeit der Richardsonzahl zeigt einen positiven Zusammenhang mit Bestimmtheitsmaßen zwischen $77,6\% < R^2 < 83,1\%$. Der statistische Fehler der Geradensteigung ist blau hinterlegt. Bei steigendem Verhältnis von Auftriebs- zu Trägheitskräften steigt die Strouhalzahl und damit die Geschwindigkeitsfluktuationen an. Der stärkste Anstieg mit einer Steigung von $s = 0,189$ wird für Sr_v erzielt. Ein Anstieg von Sr beziehungsweise der mittleren Geschwindigkeitsfluktuation wird durch Veränderung der Strukturgrößen hin zu kleineren Strukturen induziert. Der Zusammenhang $Sr(Ri)$ spiegelt somit das Zerfallen großskaliger Strukturen in kleinskalige Strukturen wider, umso größer die Richardsonzahl ist.

Zusammenfassend ist über das Skalenverhalten festzuhalten, dass eine Beschreibung der Geschwindigkeitskomponenten mit Hilfe von PDFs eine gute Charakterisierung der Geschwindigkeitsfluktuationen ermöglicht. Für die beiden kleinsten Reynoldszahlen steigen die Fluktuationen mit steigendem Einfluss von thermischer Konvektion sowohl für die u - als auch für die v -Komponente. Für die höchste Reynoldszahl sind die Fluktuationen der u -Komponente annähernd konstant, während die der v -Komponente sich undefiniert verhalten. Wichtigstes Ergebnis für das Skalenverhalten des Wärmetransports ist, dass die Nusseltzahl proportional zur Reynoldszahl ist und keine Abhängigkeit zur Grashofzahl besteht. Die Dynamik des Systems, die durch die Strouhalzahl charakterisiert wird, steigt mit der Richardsonzahl und damit mit zunehmendem Einfluss der thermischen Konvektion. Eine Beschreibung mit Hilfe der Reynolds- und Grashofzahl als Maß für konvektive Strömungen zeigt, dass die Fluktuationen der horizontalen Geschwindigkeitskomponente im selben Maß von der erzwungenen wie von der thermischen Konvektion beeinflusst werden, während die Fluktuationen der vertikalen Geschwindigkeitskomponente in höherem Maß von der Grashofzahl und somit von der thermischen Konvektion abhängen. Der gegenüber der Reynoldszahl größere Einfluss der Grashofzahl auf $\mathcal{S}r_v$ beziehungsweise auf die Fluktuationen entlang der Richtung der thermisch induzierten Auftriebsströmung wird durch die erratisch aufsteigenden Wärmepakete verursacht. Die hier gewählte Definition von $\mathcal{S}r$ eignet sich somit gut für eine Charakterisierung der Dynamik des Systems.

6. Zusammenfassung

In der hier vorliegenden Arbeit wurde die Strukturbildung und der Wärmetransport in turbulenter Mischkonvektion mit $Ri \leq 8,99$ im Parameterbereich $1,25 \times 10^5 < Re < 1,59 \times 10^5$, $8,04 \times 10^{10} < Gr < 14,15 \times 10^{10}$, $436 < Nu < 557$ und $Pr = 0,71$ untersucht. Die experimentellen Untersuchungen wurden in einem Modell, das in seinen Grundzügen einer Flugzeugkabine entspricht, durchgeführt. Die generische Konfiguration erfüllte in dieser Arbeit den Zweck der Erzeugung definierter turbulenter Mischkonvektion auf großen Skalen. Der Anteil der erzwungenen Konvektion wurde in Form von vier Strahlen in der Nähe von gekrümmten Grenzflächen durch Spalte im Deckenbereich zugeführt. Thermische Konvektion, erzeugt von Quellen mit konstanter Wärmeleistung, wechselwirkte mit den Luftstrahlen. Für den hier untersuchten Spezialfall mit Quellen konstanter Wärmeleistung wurde eine Dimensionsanalyse durchgeführt, um die systemrelevanten Kennzahlen zu identifizieren. Ergebnis dieser Analyse ist, dass unter Verwendung der Reynolds Re , Grashofzahl Gr , Nusseltzahl Nu und Prandtlzahl Pr das System vollständig beschrieben wird. In Mischkonvektion ist der Wärmetransport durch die Ausbildung großskaliger Strömungsstrukturen determiniert, deren Topologie sich aus der Superposition von erzwungener und thermischer Konvektion ergibt. Zur Charakterisierung und Analyse der hier untersuchten Strömung wurden Geschwindigkeitsfeldmessungen und Temperaturmessungen durchgeführt. Die zweidimensionalen planaren Geschwindigkeitsvektorfelder in der mittleren Querschnittsebene sind mit Hilfe von PIV gemessen worden. Zusätzlich wurden die Temperaturen am Ein- und Auslass mit Hilfe von PT100 Sensoren bestimmt. Ein wesentliches Ziel in dieser Arbeit ist die Anwendung von statistischen Analysemethoden zur Charakterisierung und Beschreibung der Topologie und Dynamik von Strömungsstrukturen sowie des Wärmetransports. Die hier angewendeten Methoden sind Proper Orthogonal Decomposition (POD), ein Wirbeldetektionsalgo-

rithmus und die Bestimmung von Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen (PDFs) für die einzelnen Geschwindigkeitskomponenten. Die wesentlichen Ergebnisse der hier durchgeführten Analysen sind im Folgenden aufgeführt.

Zu Beginn wurde auf Basis der zeitlich gemittelten Geschwindigkeitsfelder und der Geschwindigkeitsfluktuationen ein erster Überblick über Strömungsstrukturen und die Dynamik gegeben. Hierbei zeigt sich, dass über einen weiten Bereich der hier untersuchten Parametervariation, die an der Decke eingebrachten Wandstrahlen an den gekrümmten Grenzflächen aufgrund des Coandă-Effekts anhaften. Im Fall rein erzwungener Konvektion für $Ri = 0$ hat man folgenden Strömungszustand: Die vier Wandstrahlen folgen nach Eintritt der Kontur der Grenzflächen aufgrund des Coandă-Effekts. Die äußeren Wandstrahlen lösen sich ab, während die inneren miteinander kollidieren. Mit zunehmender thermisch induzierter Auftriebsströmung $3,15 \leq Ri \leq 6,83$ kommt es zu einer signifikanten Beeinflussung dieses Strömungszustandes. Im Wesentlichen wird ein früheres Ablösen der äußeren Wandstrahlen und ein Anstieg der Geschwindigkeitsfluktuationen in der Messebene beobachtet. Ab $Ri = 6,83$ beeinflusst die thermische Konvektion die Topologie des Strömungsfeldes in fast allen Fällen so stark, dass die inneren Wandstrahlen nach Eintritt direkt zu den Seiten abgelenkt werden, da die Auftriebskräfte in der Mitte größer sind als die Trägheitskräfte der Wandstrahlen.

Darauf aufbauend wurden PDFs der Geschwindigkeitskomponenten bestimmt. Die u -Komponente ist annähernd gaußverteilt um den Wert Null. Für die beiden kleinsten Reynoldszahlen kann mit steigender Wärmeleistung ein signifikanter Anstieg der Varianz beobachtet werden. Im Gegensatz dazu ist die Varianz bei der höchsten Reynoldszahl nahezu konstant. Die Geschwindigkeitsverteilung der v -Komponente wurde durch zwei Gaußfunktionen approximiert, wobei eine die Wandstrahlen und eine den Bulk charakterisiert. Bei den beiden kleinsten Reynoldszahlen ist mit steigender Wärmeleistung ebenfalls ein signifikanter Anstieg der Varianz zu beobachten, während bei der höchsten Reynoldszahl kein klarer Trend zu erkennen ist. Die Reynoldszahl wurde hier im Bereich von $1,25 \times 10^5 < Re < 1,59 \times 10^5$ variiert. Das entspricht nur einer Änderung von 27%. Trotzdem ist hier bereits ein weites Spektrum an Strömungszuständen zu beobachten. Dies zeigt, wie sensitiv das System auf Änderungen vom Verhältnis von Auftriebs- zu Trägheitskräften reagiert.

Weiterhin wurde die Zeitreihe der Geschwindigkeitsvektorfelder mittels POD untersucht. Die POD dient hierbei der Identifizierung der großskaligen kohärenten Strömungsstrukturen, die die Strömung charakterisieren und den resultierenden Wärmetransport im System determinieren. Anhand der aus der POD erhaltenen Eigenwerte, die ein Maß für den relativen Energiegehalt einer Strömungsstruktur gemessen an der Gesamtenergie darstellen, zeigt sich, dass die erste Mode in allen untersuchten Fällen mit Werten von über 50% einen hohen Energieanteil hat. Weiterhin weisen die Topologien der ersten Mode hohe Ähnlichkeit mit den jeweiligen zeitlich gemittelten Geschwindigkeitsfeldern auf, sodass die erste Mode als predominante Strömungsstruktur interpretierbar ist. Die ebenfalls untersuchten Moden 2 bis 4 repräsentieren in der Regel die Ablösegebiete der Wandstrahlen und haben einen Energiegehalt zwischen 0,8% und 2,3%. Ein Sonderfall wird für $Re = 8,99$ beobachtet. Dort hat die zweite Mode mit einem relativen Energiegehalt von 9,4% einen deutlich höheren Wert. Eine Untersuchung der Dynamik der kohärenten Strukturen mit Hilfe des Zeitentwicklungskoeffizienten zeigt, dass für diesen Fall zwei voneinander zeitlich getrennte predominante Zustände existieren: Der Fall mit vier anliegenden Wandstrahlen und der Fall mit nur zwei anliegenden Wandstrahlen. Die Strömung für $Re = 8,99$ repräsentiert einen Zustand, der durch den Übergang von Mischkonvektion zu thermisch dominierter Konvektion gekennzeichnet ist. Mit dem Wechsel zwischen den beiden Zuständen hat man auch eine Änderung im Wärmetransport. Für den Zustand mit abgelösten inneren Wandstrahlen wurde eine um 0,24 K geringere mittlere Auslasstemperatur detektiert.

Um die Analyse der Strömungsstrukturen zu vervollständigen, wurden mit dem Wirbeldetektionsalgorithmus großskalige Rollenstrukturen detektiert und deren Zentrumsbewegung beschrieben. Hierzu wurde exemplarisch die rechte Hälfte der Konvektionszelle untersucht und die räumliche Verteilung der Zentrumspositionen bei konstanter Wärmeleistung als Funktion der Reynoldszahl dargestellt. Es zeigt sich, dass die Ausprägung der Rollenstruktur mit größerem Einfluss von thermischer Konvektion, sprich sinkender Reynoldszahl, deutlicher ist und das Gebiet der Zentrumspositionen eine kompaktere Aufenthaltswahrscheinlichkeitsdichte besitzt. Die mittlere Zentrumsposition hängt deutlich von der Reynoldszahl ab und verlagert sich für fallende Reynoldszahl in Richtung Mitte. Bei der größten Reynoldszahl zerfällt die Rollenstruktur.

Abschließend werden im Abschnitt Skalenverhalten und Wärmetransport die Kennzahlenrelationen dargestellt. In den hier untersuchten Fällen ergibt sich $Nu = C \cdot Re^\alpha \cdot Gr^\beta$ mit $\alpha = 1,000(1)$ und $\beta = -0,0061(4)$. Die Nusseltzahl hängt somit nur von der Reynoldszahl ab. Änderungen der Grashofzahl bewirken keine Änderungen des Verhältnisses von konvektivem Wärmeübergang zu Wärmeleitung. Wärme wird stets mit vergleichbarer Effektivität abgeführt wie sie eingebracht wird. Dies ist auch anhand der Stantonzahl zu sehen, die im untersuchten Parameterbereich konstant ist. Zusätzlich neben dem Wärmetransport wurde auch untersucht, wie die Dynamik des Systems mit der Re , Gr und Ri skaliert. Als Funktion der Richardsonzahl ist bei steigendem Einfluss thermischer Konvektion ein deutlicher Anstieg zu verzeichnen. Unter Verwendung der Reynolds- und Grashofzahl als eigenständige Einflussgrößen lassen sich hier jedoch präzisere Aussagen über das Verhalten der Geschwindigkeitsfluktuationen treffen. Zentrales Ergebnis ist hier, dass die horizontalen Geschwindigkeitsfluktuationen von der erzwungenen sowie der thermischen Konvektion im selben Maß beeinflusst werden, während die vertikalen Geschwindigkeitsfluktuationen stärker von der thermischen Konvektion dominiert werden.

Die hier eingesetzten Analysemethoden eignen sich sehr gut zur Charakterisierung und Beschreibung von turbulenter Mischkonvektion. Insbesondere Strömungen mit Zustandsänderungen der dominanten Strömungsstruktur, bei denen eine Charakterisierung mit Hilfe mittlerer Geschwindigkeitsfelder und Geschwindigkeitsfluktuationen ungenügend ist, lassen sich durch Verwendung der POD und des Wirbeldetektionsalgorithmus gut beschreiben. Für zukünftige Studien könnte man das System auch bei isothermen Randbedingungen untersuchen, um Unterschiede zwischen den hier aufgezeigten Strömungseigenschaften sowie dem Skalenverhalten abzuleiten. Für die Messreihe mit $Ri = 8,99$ hat sich außerdem gezeigt, dass die Messdauer zu kurz war. Um die Dynamik vollständig abzubilden, sind vermutlich Messdauern von mehreren Tagen nötig. Dies war im Rahmen dieser Arbeit jedoch nicht möglich. In einer Folgeuntersuchung wäre es daher ratsam, einen kleineren Parameterbereich zugunsten längerer Messzeiten zu wählen.

A. Mittlere Geschwindigkeitsfelder und Fluktuationen

Um den Einfluss des Auftriebs auf die Strömung zu untersuchen, wird das zeitlich gemittelte Geschwindigkeitsvektorfeld bei konstanter Reynoldszahl und variierender Nusseltzahl untersucht. Abbildungen A.1 und A.2 zeigen die aufgenommenen zeitlich gemittelten Geschwindigkeitsfelder über den Querschnitt der Konvektionszelle bei den Reynoldszahlen $Re = 1,25 \times 10^5$ und $Re = 1,59 \times 10^5$. Zur übersichtlicheren Darstellung wird in beiden Raumrichtungen nur jeder siebte Geschwindigkeitsvektor dargestellt. Die dargestellten Geschwindigkeitsvektoren stellen lokale Mittelwerte dar, die die Umgebung innerhalb kleiner Gittereinheiten von 7×7 Gitterpunkten repräsentieren. Die Vektoren zeigen die Richtung der in die Messebene projizierten Geschwindigkeitskomponente an. Ihre Länge ist proportional zum Geschwindigkeitsbetrag $U = \sqrt{u^2 + v^2}$. Als Referenzgeschwindigkeit U_{ref} wird die auf die Querschnittsebene bezogene mittlere Geschwindigkeit $U_{\text{ref}} = \dot{V}_{\text{in}}/A_Q$ definiert. Sie entspricht der mittleren Geschwindigkeitsmagnitude in der Messebene, die sich einstellen würde, wenn alle Geschwindigkeiten innerhalb der Messebene gleich wären. Die mit U_{ref} normalisierte Geschwindigkeitsmagnitude u/U_{ref} ist zur besseren Vergleichbarkeit und einfacheren Orientierung farblich hinterlegt. Alle Messungen werden im thermischen Gleichgewicht aufgenommen, das durch konstante Ein- und Auslasstemperaturen gekennzeichnet ist.

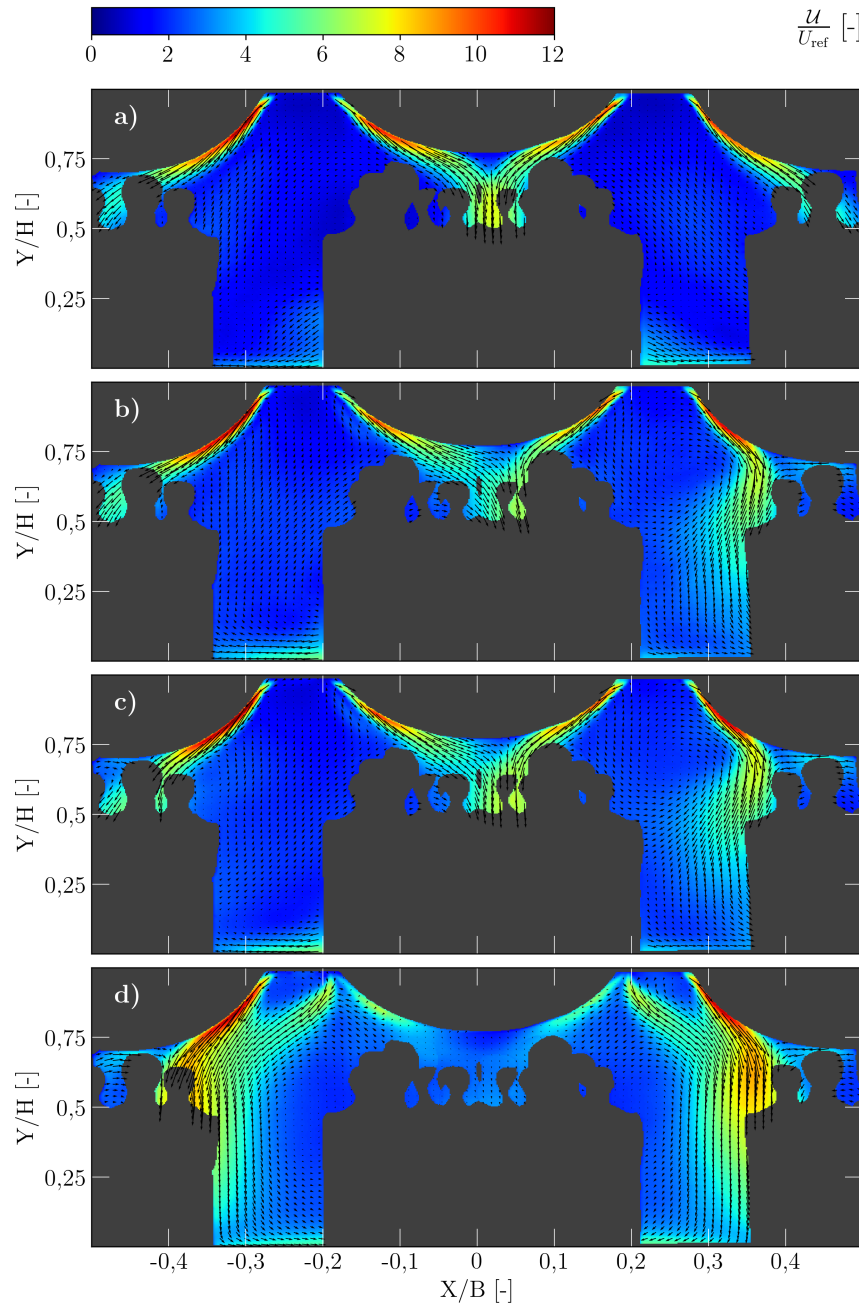


Abbildung A.1.: Zeitlich gemittelte Geschwindigkeitsfelder bei konstanter Reynoldszahl $Re = 1,25 \times 10^5$ für a) $Ri = 0$, b) $Ri = 6,20$, c) $Ri = 7,54$ und d) $Ri = 8,99$. Die schwarzen Flächen kennzeichnen die Außenkonturen sowie die thermischen Wärmequellen. Farblich dargestellt ist die normierte Geschwindigkeitsmagnitude U .

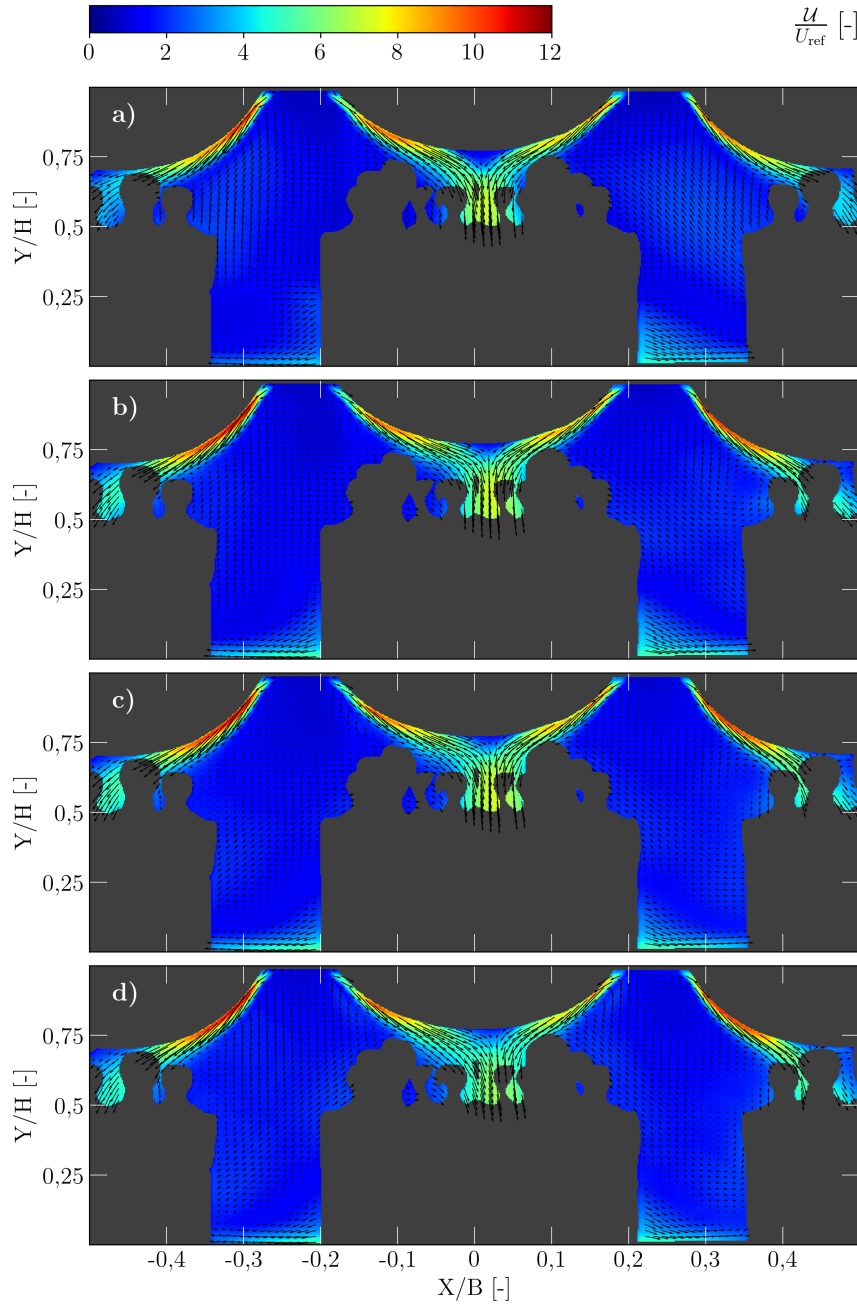


Abbildung A.2.: Zeitlich gemittelte Geschwindigkeitsfelder für $Re = 1,59 \times 10^5$ für a) $Ri = 0$, b) $Ri = 3,16$, c) $Ri = 3,87$ und d) $Ri = 4,56$. Die schwarzen Flächen kennzeichnen die Außenkonturen sowie die thermischen Wärmequellen. Farblich dargestellt ist die normierte Geschwindigkeitsmagnitude \mathcal{U} .

Um die zeitliche Variabilität der mittleren Geschwindigkeitsfelder zu bewerten, werden die Geschwindigkeitsfluktuationen σ_u , σ_v und $\sigma_{\mathcal{U}}$ der u - und v -Komponente sowie der Geschwindigkeitsmagnitude \mathcal{U} für jeden Gitterpunkt in Form ihrer Standardabweichung berechnet. Die Normierung erfolgt wie schon bei den mittleren Geschwindigkeitsfeldern über die Referenzgeschwindigkeit U_{ref} . Abbildungen A.3 und A.4 zeigen die Ergebnisse für die Fälle mit den konstanten Reynoldszahlen $\mathcal{Re} = 1,25 \times 10^5$ und $\mathcal{Re} = 1,59 \times 10^5$ und variabler Nusseltzahl. Die Fluktuationen der u -Komponente finden sich in der ersten, die der v -Komponente in der zweiten und die der Magnitude in der dritten Spalte wieder. Dabei bleibt die $\mathcal{R}i$ innerhalb einer Reihe konstant. Ihr Wert kann am Ende der jeweiligen Reihe abgelesen werden.

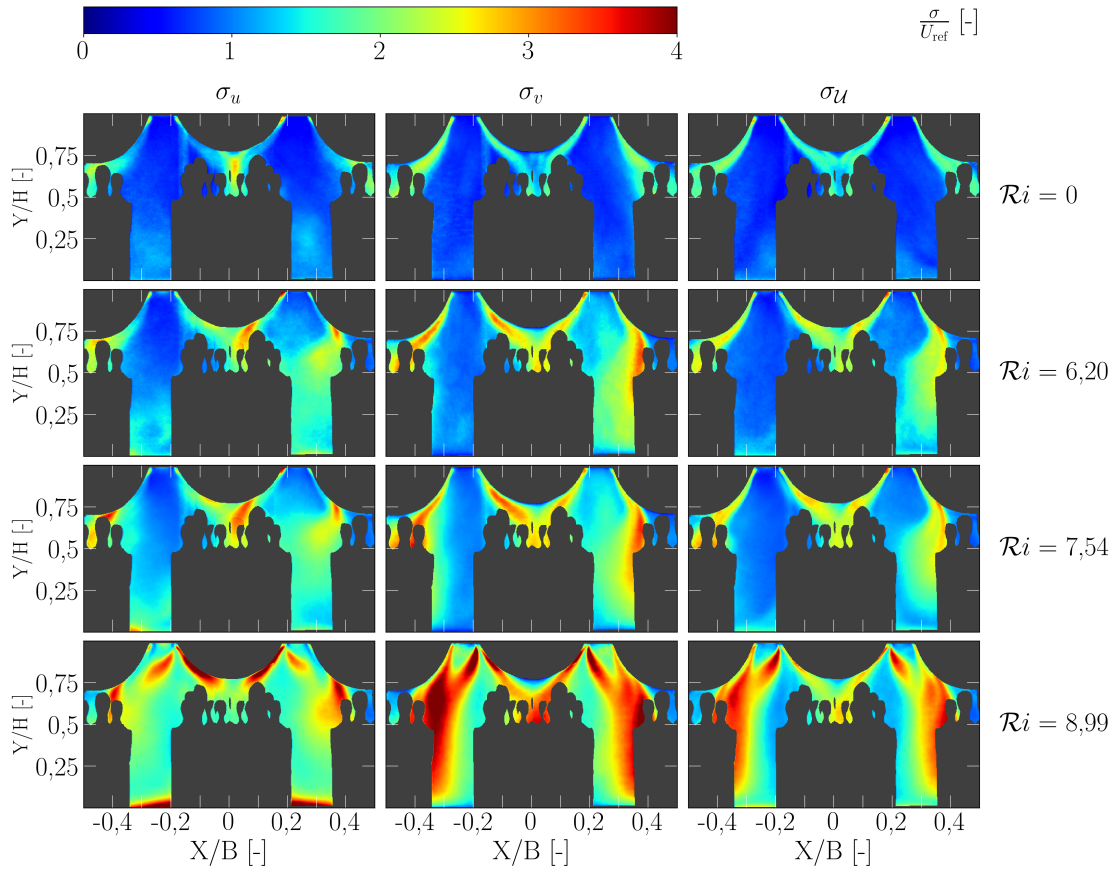


Abbildung A.3.: Normierte Fluktuationen der Geschwindigkeitskomponenten u und v (Spalten 1 und 2) sowie der Geschwindigkeitsmagnitude (Spalte 3) bei konstanter Reynoldszahl $\mathcal{Re} = 1,25 \times 10^5$ und variabler Richardsonzahl. Entlang einer Reihe ist die Richardsonzahl konstant. Ihr Wert kann am Ende der jeweiligen Reihe abgelesen werden.

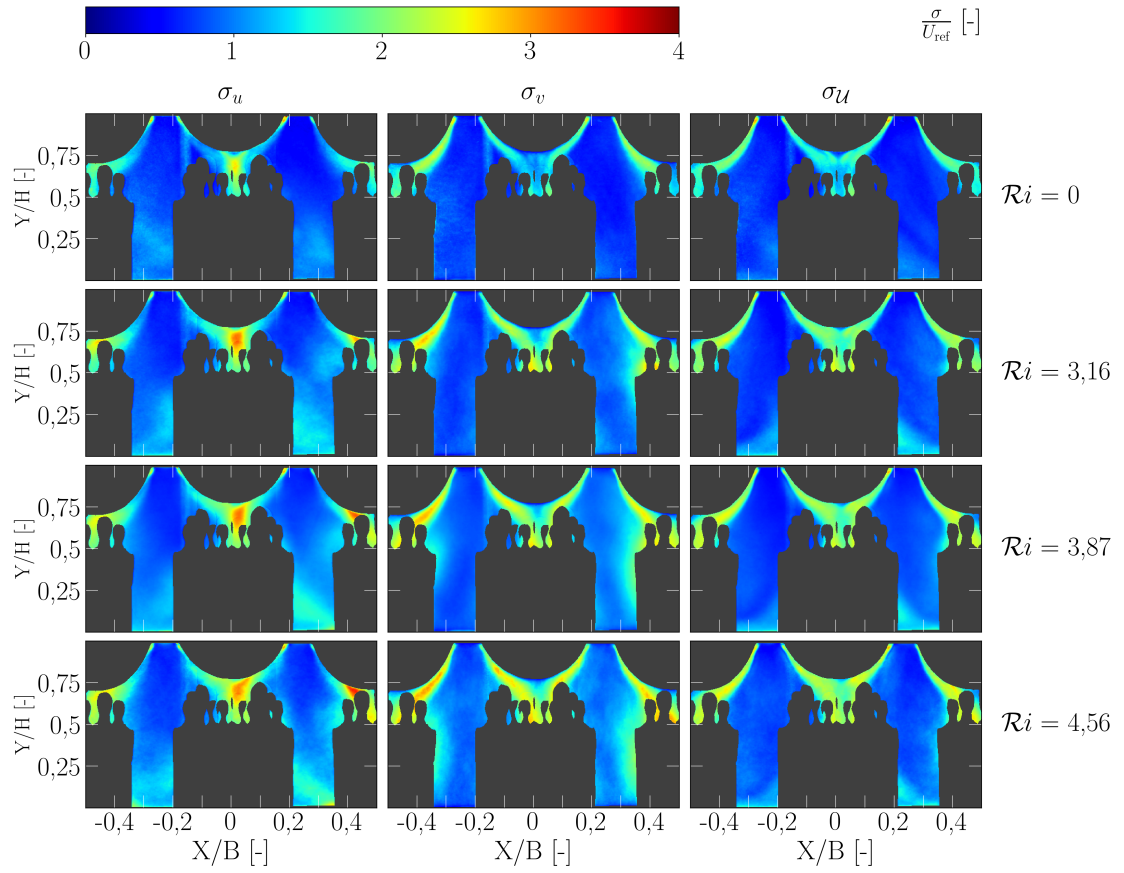


Abbildung A.4.: Normierte Fluktuationen der Geschwindigkeitskomponenten u und v (Spalten 1 und 2) sowie der Geschwindigkeitsmagnitude (Spalte 3) bei konstanter Reynoldszahl $Re = 1,59 \times 10^5$ und variabler Richardsonzahl. Entlang einer Reihe ist die Richardsonzahl konstant. Ihr Wert kann am Ende der jeweiligen Reihe abgelesen werden.

B. Geschwindigkeitsverteilungen

Zur quantitativen Beschreibung der Strömung werden die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen (Probability Density Function (PDF)) der beiden Geschwindigkeitskomponenten bestimmt. Für die Bestimmung der PDFs wird der komplette Satz an instantanen Geschwindigkeitsfeldern der entsprechenden Parametervariation in der Messebene $Z = 0,5 \times L$ verwendet. Abbildungen B.1 und B.2 zeigen die Histogramme der u - und v -Komponente für $Re = 1,25 \times 10^5$ und $Re = 1,59 \times 10^5$ als Funktion der Richardsonzahl. Die Geschwindigkeiten der u -Komponente sind nahezu gaußverteilt mit einem Erwartungswert nahe Null. Die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion φ_u der Horizontalkomponente u wird aufgrund der Symmetrie der Geschwindigkeitsverteilung durch eine Gaußfunktion entsprechend Gleichung 5.1 beschrieben. Die Geschwindigkeiten der v -Komponente sind im Gegensatz zur u -Komponente nicht gaußverteilt. Zur Beschreibung der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion φ_v der Vertikalkomponente v wird die Summe aus zwei Gaußfunktionen entsprechend Gleichung 5.2 verwendet. Hierbei repräsentiert jeweils eine Verteilungsfunktion den Bulk (B) und eine die Wandstrahlen (W). In den Abbildungen B.1 und B.2 ist die Komponente der Dichtefunktion innerhalb der Wandstrahlen rot markiert und jene für den Bulk blau. Die Modellfunktionen $\varphi_u(u)$ und $\varphi_v(v)$ werden mittels der Methode der kleinsten Quadrate aus den Geschwindigkeitsverteilungen bestimmt. Die statistischen Parameter σ und μ sind in jeder Grafik mit angegeben. Die Werte in Klammern geben die statistische Unsicherheit der Parameter an und ergeben sich aus den Wurzeln der Diagonaleinträge der Kovarianzmatrix.

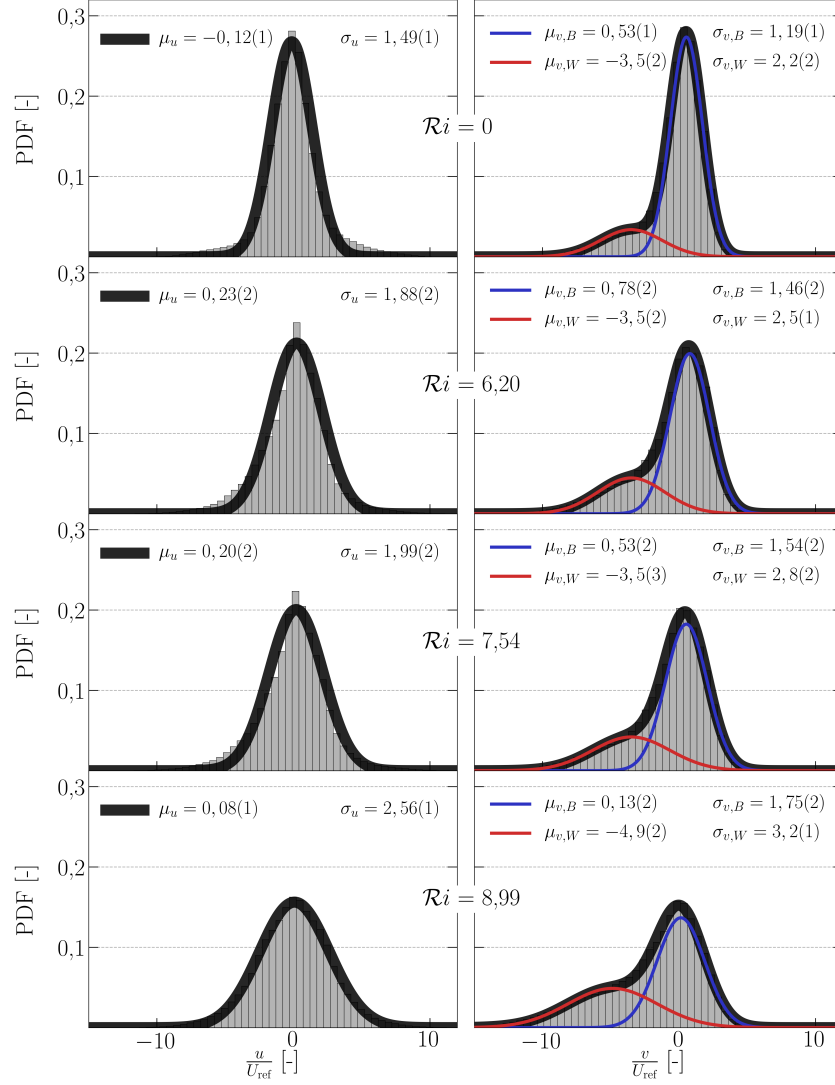


Abbildung B.1.: Verteilungen der normierten Geschwindigkeitskomponenten u und v für $Ri = 0, Ri = 6,20, Ri = 7,54$ und $Ri = 8,99$ bei $Re = 1,25 \times 10^5$. Die Mittelwerte μ und Standardabweichungen σ der PDFs sind oberhalb jeder Grafik dargestellt. Die Werte in Klammern geben die statistische Unsicherheit der Parameter an. Die Approximation der Histogramme durch Gaußfunktionen mittels der Methode der kleinsten Quadrate ist in schwarz dargestellt. Die Komponente der Dichtefunktion der v -Komponente innerhalb der Wandstrahlen (v, W) ist rot, jene im Bulk (v, B) blau gekennzeichnet.

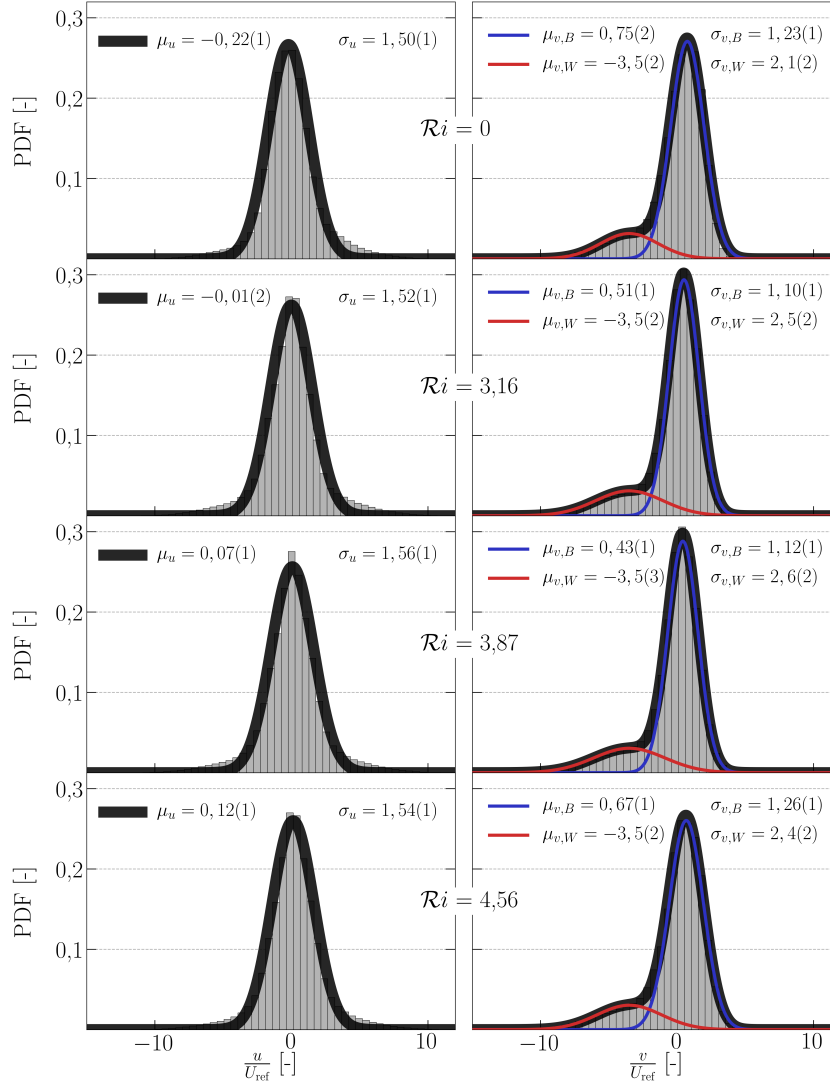


Abbildung B.2.: Verteilungen der normierten Geschwindigkeitskomponenten u und v für $Ri = 0, Ri = 3,16, Ri = 3,87$ und $Ri = 4,56$ bei $Re = 1,59 \times 10^5$. Die Mittelwerte μ und Standardabweichungen σ der PDFs sind oberhalb jeder Grafik dargestellt. Die Werte in Klammern geben die statistische Unsicherheit der Parameter an. Die Approximation der Histogramme durch Gaußfunktionen mittels der Methode der kleinsten Quadrate ist in schwarz dargestellt. Die Komponente der Dichtefunktion der v -Komponente innerhalb der Wandstrahlen (v, W) ist rot, jene im Bulk (v, B) blau gekennzeichnet.

C. Dynamik der kohärenten Strukturen

Der Zeitentwicklungskoeffizient charakteristischer Moden sowie sein Einfluss auf das Geschwindigkeitsfeld wurden in Abschnitt 5.5.3 vorgestellt. Zur Vollständigkeit werden hier weitere Moden detailliert beschrieben. Hierzu wird für jede betrachtete Mode ein Ausschnitt aus der Zeitreihe des jeweiligen Entwicklungskoeffizienten gezeigt. Aus dem gezeigten Ausschnitt werden drei Zeitpunkte ausgewählt und mit roten Linien markiert. Ein Zeitpunkt mit positiver hoher Amplitude, ein Zeitpunkt mit negativer hoher Amplitude sowie ein Zeitpunkt mit einer Amplitude von annähernd Null. Für jeden dieser Zeitpunkte ist oberhalb der Zeitreihe das instantane Geschwindigkeitsfeld dargestellt. Zur besseren Einordnung der Dynamik der kohärenten Struktur sind unterhalb der Darstellung der Zeitreihe zusätzlich die an den jeweiligen Zeitpunkten aus den ersten Moden rekonstruierten Geschwindigkeitsfelder abgebildet. Für die Rekonstruktion werden die untersuchte Mode sowie die Mode, die den mittleren Strömungszustand charakterisiert, verwendet. Für die Fälle mit $\mathcal{R}_i = 8,99$ wird der mittlere Strömungszustand durch zwei Moden charakterisiert. Für die Entwicklung des Geschwindigkeitsfeldes werden daher in diesen Fällen drei Moden berücksichtigt. In den Vektorfeldern ist die Magnitude zur besseren Orientierung farblich hinterlegt.

Mode 3, $\mathcal{R}i = 7,54$

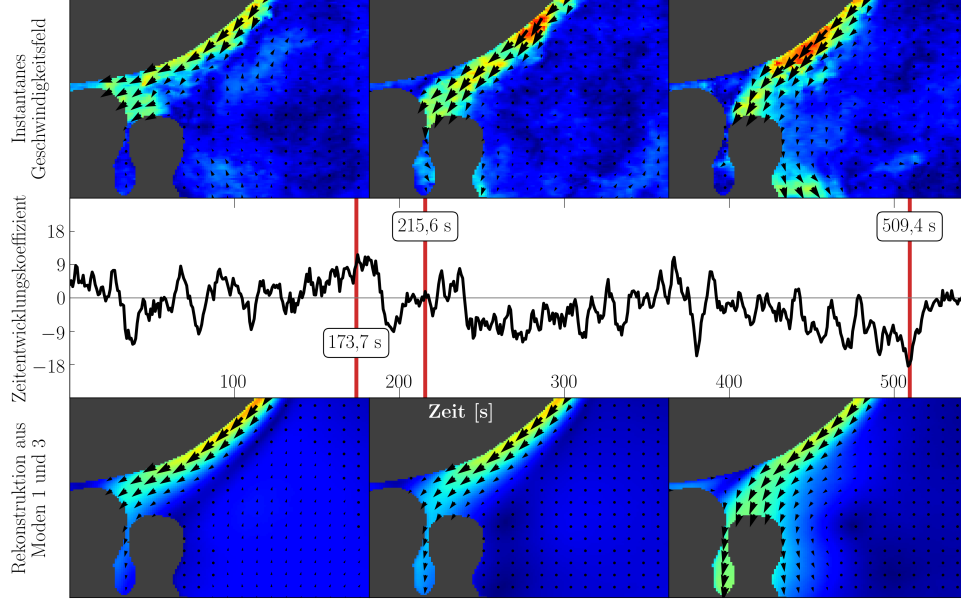


Abbildung C.1.: Ausschnitt des Zeitentwicklungskoeffizienten der Mode 3 für $\mathcal{R}i = 7,54$. Oberhalb der Zeitreihe befinden sich die instantanen Geschwindigkeitsfelder zu den mit roten Linien markierten Zeitpunkten. Unterhalb befinden sich Rekonstruktionen des Geschwindigkeitsfeldes aus den Moden 1 und 3. In den Vektorfeldern ist die Magnitude zur besseren Orientierung farblich hinterlegt.

Man erkennt, dass zum Zeitpunkt mit positivem Entwicklungskoeffizienten bei $t = 173,7\text{s}$ der linke äußere Wandstrahl später ablöst als zum Zeitpunkt mit negativem Entwicklungskoeffizienten bei $t = 509,4\text{s}$. Für den inaktiven Zustand bei $t = 215,6\text{s}$ ist der Wandstrahl in einem mittleren Zustand zwischen den Extremen. Für $\mathcal{R}i = 7,54$ charakterisiert die dritte Mode daher die Ablösung des linken äußeren Wandstrahls.

Mode 2, $Ri = 5,78$

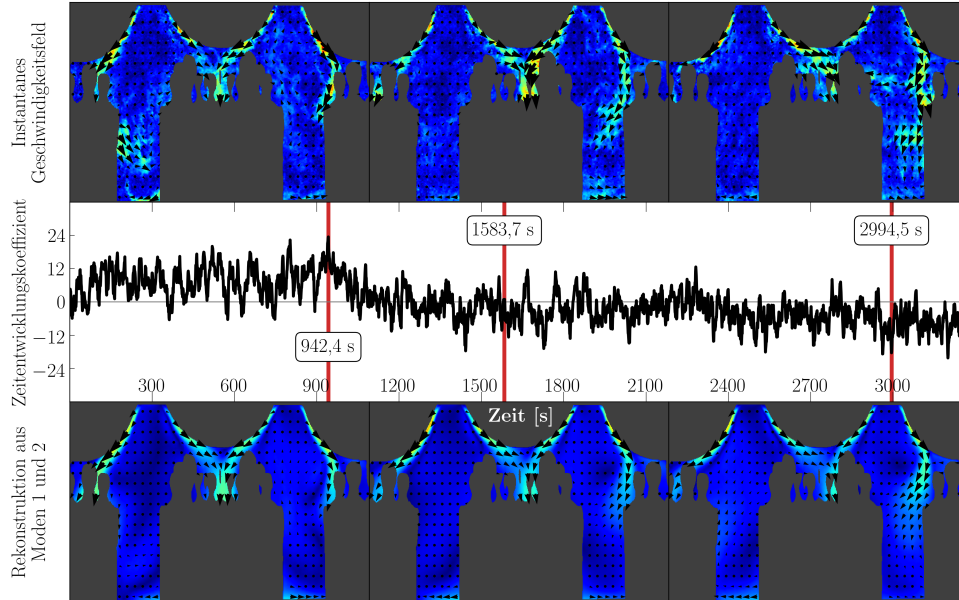


Abbildung C.2.: Ausschnitt des Zeitentwicklungskoeffizienten der Mode 2 für $Ri = 5,78$. Oberhalb der Zeitreihe befinden sich die instantanen Geschwindigkeitsfelder zu den mit roten Linien markierten Zeitpunkten. Unterhalb befinden sich Rekonstruktionen des Geschwindigkeitsfeldes aus den Moden 1 und 2. In den Vektorfeldern ist die Magnitude zur besseren Orientierung farblich hinterlegt.

Diese Mode beeinflusst das gesamte Strömungsgebiet. Zum Zeitpunkt mit positivem Entwicklungskoeffizienten bei $t = 942,4\text{ s}$ löst sich der rechte äußere Wandstrahl später und der linke äußere Wandstrahl früher von der Wand als zum Zeitpunkt mit negativem Entwicklungskoeffizienten bei $t = 2994,5\text{ s}$. Die Kollision der beiden inneren Wandstrahlen ist zum Zeitpunkt mit positivem Zeitentwicklungskoeffizienten leicht in die linke Hälfte verschoben, während sie zum Zeitpunkt mit negativem Zeitentwicklungskoeffizienten deutlich in die rechte Hälfte verschoben ist. Für den inaktiven Zustand bei $t = 1583,7\text{ s}$ nehmen die Wandstrahlen einen mittleren Zustand zwischen ihren Extremen an. Für $Ri = 5,78$ charakterisiert die dritte Mode daher die Ablösung aller Wandstrahlen.

Mode 3, $\mathcal{R}i = 5,78$

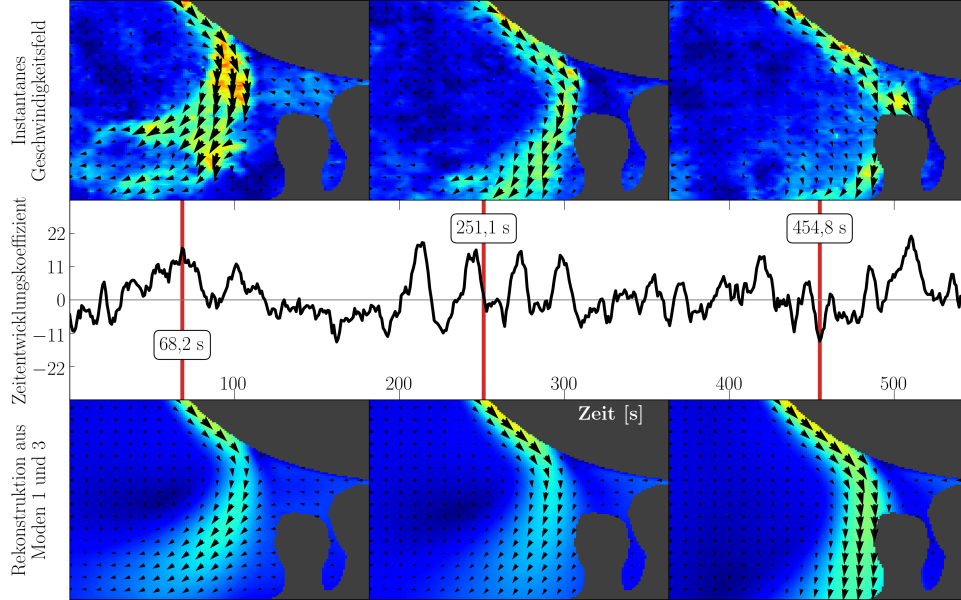


Abbildung C.3.: Ausschnitt des Zeitentwicklungskoeffizienten der Mode 3 für $\mathcal{R}i = 5,78$. Oberhalb der Zeitreihe befinden sich die instantanen Geschwindigkeitsfelder zu den mit roten Linien markierten Zeitpunkten. Unterhalb befinden sich Rekonstruktionen des Geschwindigkeitsfeldes aus den Moden 1 und 3. In den Vektorfeldern ist die Magnitude zur besseren Orientierung farblich hinterlegt.

Man erkennt, dass zum Zeitpunkt mit positivem Zeitentwicklungskoeffizienten bei $t = 68,2$ s der rechte Wandstrahl früher ablöst als zum Zeitpunkt mit negativem Zeitentwicklungskoeffizienten bei $t = 454,8$ s. Für den inaktiven Zustand bei $t = 251,1$ s ist der Wandstrahl in einem mittleren Zustand zwischen den Extremen. Für $\mathcal{R}i = 5,78$ charakterisiert die dritte Mode daher die Ablösung des rechten Wandstrahls.

Mode 4, $\mathcal{R}i = 5,78$

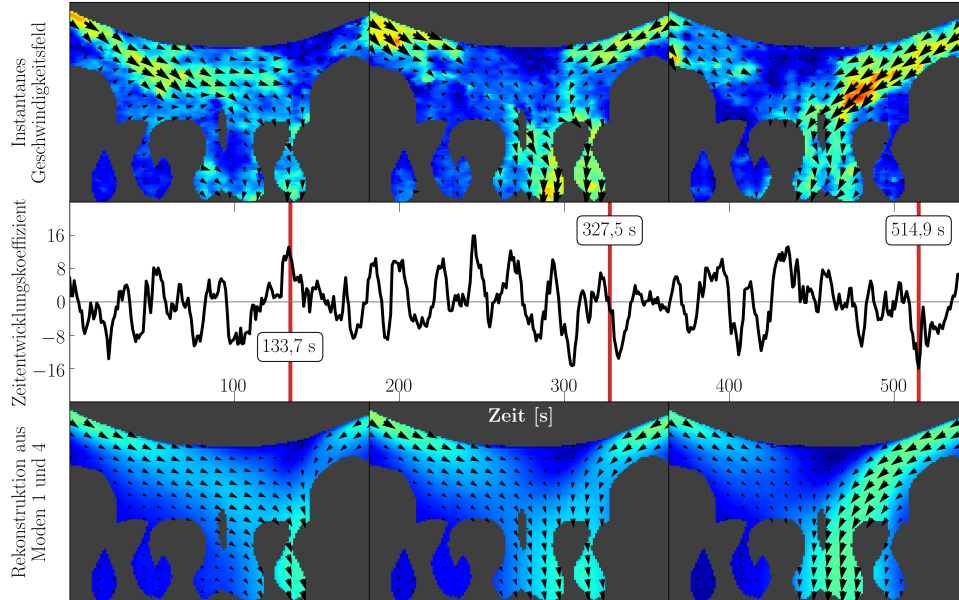


Abbildung C.4.: Ausschnitt des Zeitentwicklungskoeffizienten der Mode 4 für $\mathcal{R}i = 5,78$. Oberhalb der Zeitreihe befinden sich die instantanen Geschwindigkeitsfelder zu den mit roten Linien markierten Zeitpunkten. Unterhalb befinden sich Rekonstruktionen des Geschwindigkeitsfeldes aus den Moden 1 und 4. In den Vektorfeldern ist die Magnitude zur besseren Orientierung farblich hinterlegt.

Zum Zeitpunkt mit positivem Zeitentwicklungskoeffizienten bei $t = 133,7\text{ s}$ ist die Kollision der Wandstrahlen deutlich zur rechten Hälfte verschoben, während zum Zeitpunkt mit negativem Zeitentwicklungskoeffizienten bei $t = 514,9\text{ s}$ eine Verschiebung in die linke Hälfte beobachtet wird. Für den inaktiven Zustand bei $t = 327,5\text{ s}$ findet die Kollision der inneren Wandstrahlen an einer Position zwischen beiden Extremen statt. Für $\mathcal{R}i = 5,78$ repräsentiert die vierte Mode daher die Kollision der beiden inneren Wandstrahlen.

Mode 2, $\mathcal{R}i = 3,87$

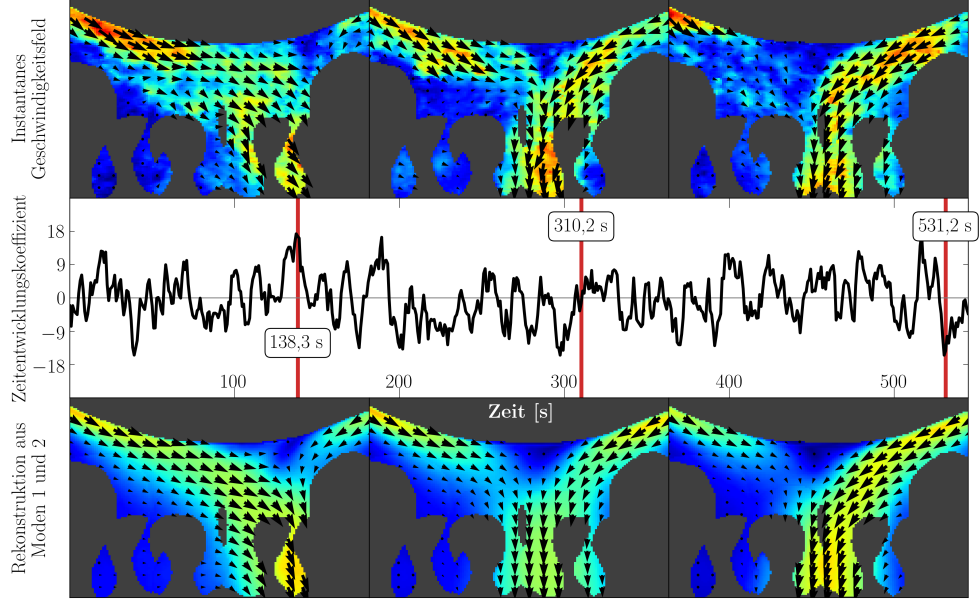


Abbildung C.5.: Ausschnitt des Zeitentwicklungskoeffizienten der Mode 2 für $\mathcal{R}i = 3,87$. Oberhalb der Zeitreihe befinden sich die instantanen Geschwindigkeitsfelder zu den mit roten Linien markierten Zeitpunkten. Unterhalb befinden sich Rekonstruktionen des Geschwindigkeitsfeldes aus den Moden 1 und 2. In den Vektorfeldern ist die Magnitude zur besseren Orientierung farblich hinterlegt.

Zum Zeitpunkt mit positivem Zeitentwicklungskoeffizienten bei $t = 138,3\text{ s}$ ist die Kollision der Wandstrahlen deutlich zur rechten Hälfte verschoben, während zum Zeitpunkt mit negativem Entwicklungskoeffizienten bei $t = 531,2\text{ s}$ eine Verschiebung in die linke Hälfte beobachtet wird. Für den inaktiven Zustand bei $t = 310,2\text{ s}$ findet die Kollision der inneren Wandstrahlen an einer Position zwischen beiden Extremen statt. Für $\mathcal{R}i = 3,87$ charakterisiert die zweite Mode daher die Kollision der beiden inneren Wandstrahlen.

Mode 3, $Ri = 3,87$

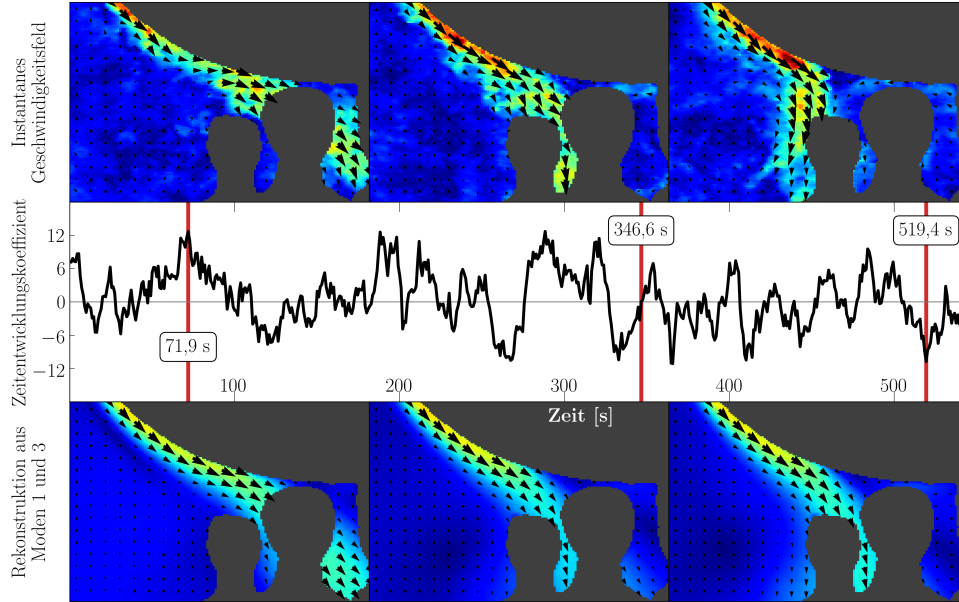


Abbildung C.6.: Ausschnitt des Zeitentwicklungskoeffizienten der Mode 3 für $Ri = 3,87$. Oberhalb der Zeitreihe befinden sich die instantanen Geschwindigkeitsfelder zu den mit roten Linien markierten Zeitpunkten. Unterhalb befinden sich Rekonstruktionen des Geschwindigkeitsfeldes aus den Moden 1 und 3. In den Vektorfeldern ist die Magnitude zur besseren Orientierung farblich hinterlegt.

Man erkennt, dass zum Zeitpunkt mit positivem Entwicklungskoeffizienten bei $t = 71,9\text{s}$ der rechte Wandstrahl später ablöst als zum Zeitpunkt mit negativem Entwicklungskoeffizienten bei $t = 519,4\text{s}$. Für den inaktiven Zustand bei $t = 346,6\text{s}$ ist der Wandstrahl in einem mittleren Zustand zwischen den Extremen. Für $Ri = 3,87$ charakterisiert die dritte Mode daher die Ablösung des rechten Wandstrahls.

Mode 4, $\mathcal{R}i = 3,87$

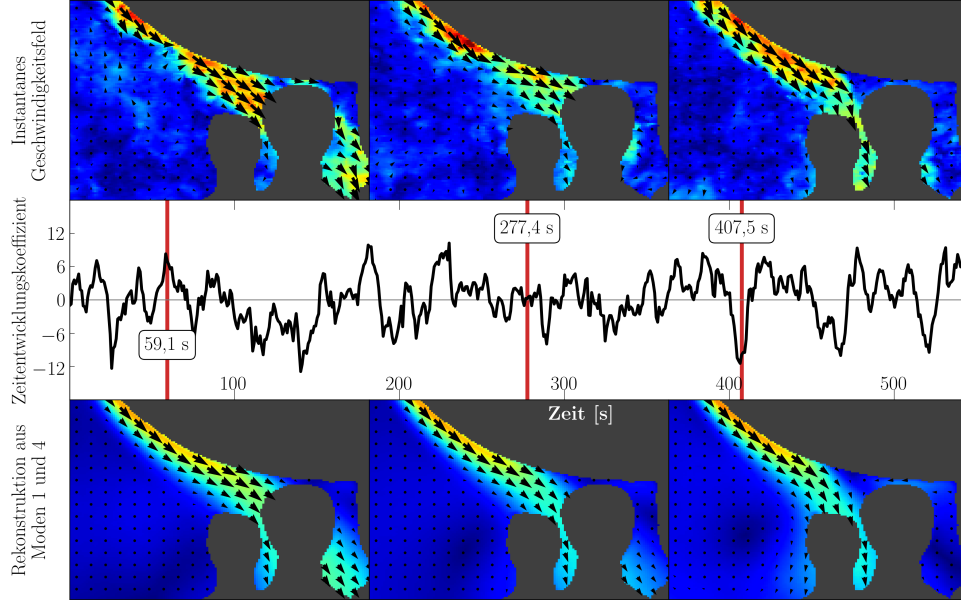


Abbildung C.7.: Ausschnitt des Zeitentwicklungskoeffizienten der Mode 4 für $\mathcal{R}i = 3,87$. Oberhalb der Zeitreihe befinden sich die instantanen Geschwindigkeitsfelder zu den mit roten Linien markierten Zeitpunkten. Unterhalb befinden sich Rekonstruktionen des Geschwindigkeitsfeldes aus den Moden 1 und 4. In den Vektorfeldern ist die Magnitude zur besseren Orientierung farblich hinterlegt.

Man erkennt, dass zum Zeitpunkt mit positivem Entwicklungskoeffizienten bei $t = 59,1\text{ s}$ der rechte Wandstrahl später ablöst als zum Zeitpunkt mit negativem Entwicklungskoeffizienten bei $t = 407,5\text{ s}$. Für den inaktiven Zustand bei $t = 277,4\text{ s}$ ist der Wandstrahl in einem mittleren Zustand zwischen den Extremen. Für $\mathcal{R}i = 3,87$ charakterisiert die vierte Mode somit ebenso wie Mode 3 die Ablösung des rechten Wandstrahls.

Mode 3, $Ri = 8,99$

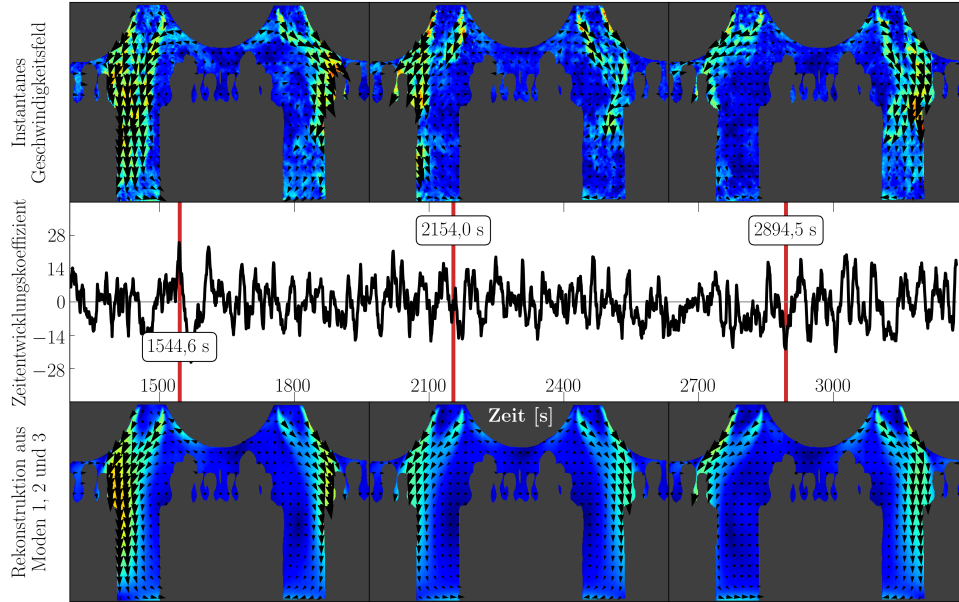


Abbildung C.8.: Ausschnitt des Zeitentwicklungskoeffizienten der Mode 3 für $Ri = 8,99$. Oberhalb der Zeitreihe befinden sich die instantanen Geschwindigkeitsfelder zu den mit roten Linien markierten Zeitpunkten. Unterhalb befinden sich Rekonstruktionen des Geschwindigkeitsfeldes aus den Moden 1, 2 und 3. In den Vektorfeldern ist die Magnitude zur besseren Orientierung farblich hinterlegt.

Zum Zeitpunkt mit positivem Zeitentwicklungskoeffizienten bei $t = 1544,6\text{ s}$ beanspruchen die beiden wechselwirkenden Wandstrahlen in der linken Hälfte mehr Raum und ragen weiter in den Gang hinein als die beiden Wandstrahlen der rechten Hälfte. Letztere wirken zusammengestaucht und nach rechts außen gedrängt. Zum Zeitpunkt mit negativem Entwicklungskoeffizienten bei $t = 2894,5\text{ s}$ kehrt sich das Verhalten um. Nun beanspruchen die beiden Wandstrahlen der rechten Hälfte mehr Raum, während die Wandstrahlen der linken Hälfte nach links gedrängt wirken. Für den inaktiven Zustand bei $t = 2154,0\text{ s}$ ist die räumliche Ausdehnung der wechselwirkenden Wandstrahlen auf beiden Seiten ausgeglichen. Für $Ri = 8,99$ charakterisiert die dritte Mode Oszillationen der wechselwirkenden Wandstrahlen.

Mode 4, $\mathcal{R}i = 8,99$

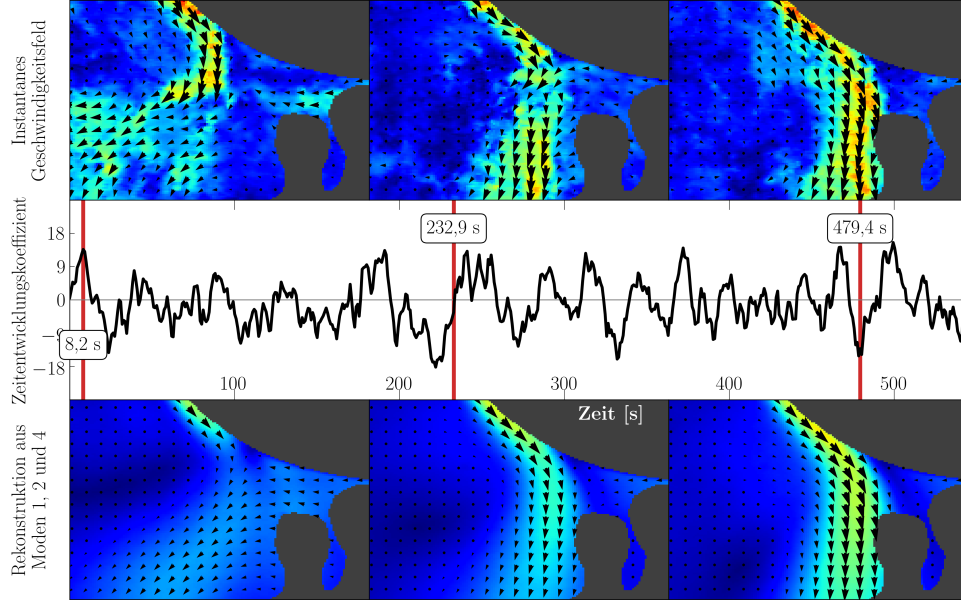


Abbildung C.9.: Ausschnitt des Zeitentwicklungskoeffizienten der Mode 4 für $\mathcal{R}i = 8,99$. Oberhalb der Zeitreihe befinden sich die instantanen Geschwindigkeitsfelder zu den mit roten Linien markierten Zeitpunkten. Unterhalb befinden sich Rekonstruktionen des Geschwindigkeitsfeldes aus den Moden 1, 2 und 4. In den Vektorfeldern ist die Magnitude zur besseren Orientierung farblich hinterlegt.

Man erkennt, dass zum Zeitpunkt mit positivem Entwicklungskoeffizienten bei $t = 8,2\text{s}$ der rechte Wandstrahl früher ablöst als zum Zeitpunkt mit negativem Entwicklungskoeffizienten bei $t = 479,4\text{s}$. Für den inaktiven Zustand bei $t = 232,9\text{s}$ ist der Wandstrahl in einem mittleren Zustand zwischen den Extremen. Für $\mathcal{R}i = 8,99$ charakterisiert die vierte Mode somit die Ablösung des rechten Wandstrahls.

Mode 2, $\mathcal{R}i = 6,83$

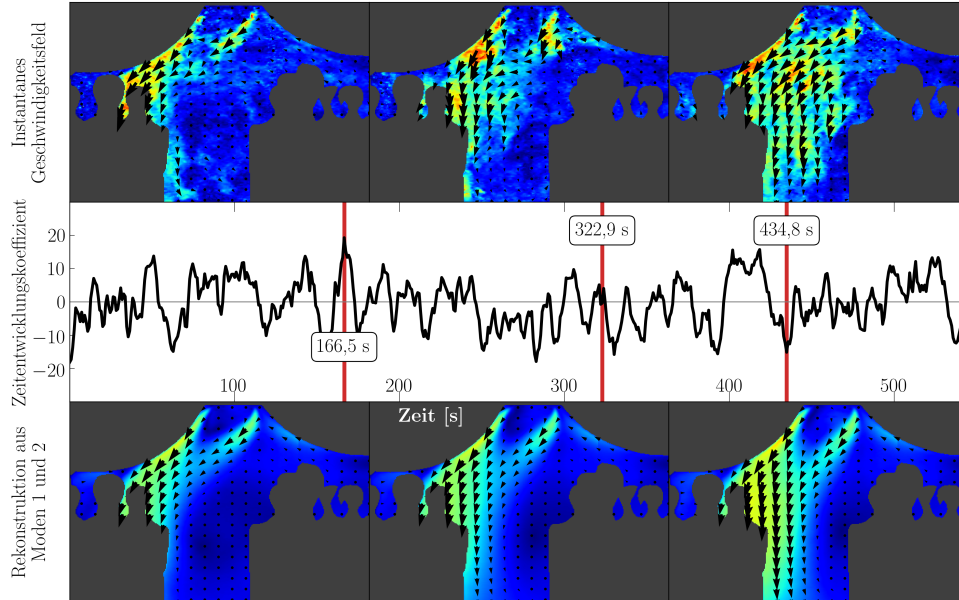


Abbildung C.10.: Ausschnitt des Zeitentwicklungskoeffizienten der Mode 2 für $\mathcal{R}i = 6,83$. Oberhalb der Zeitreihe befinden sich die instantanen Geschwindigkeitsfelder zu den mit roten Linien markierten Zeitpunkten. Unterhalb befinden sich Rekonstruktionen des Geschwindigkeitsfeldes aus den Moden 1 und 2. In den Vektorfeldern ist die Magnitude zur besseren Orientierung farblich hinterlegt.

Man erkennt, dass zum Zeitpunkt mit positivem Entwicklungskoeffizienten bei $t = 166,5\text{ s}$ die beiden wechselwirkenden Wandstrahlen in der linken Hälfte zusammengestaucht und nach links gedrängt wirken. Zum Zeitpunkt mit negativem Entwicklungskoeffizienten bei $t = 434,8\text{ s}$ beanspruchen die beiden Wandstrahlen der linken Hälfte mehr Raum und ragen weiter in den Gang hinein. Für den inaktiven Zustand bei $t = 322,9\text{ s}$ ist die räumliche Ausdehnung der wechselwirkenden Wandstrahlen in einem Zustand zwischen den Extremen. Für $\mathcal{R}i = 6,83$ charakterisiert die zweite Mode Oszillationen der wechselwirkenden Wandstrahlen der linken Hälfte.

Mode 3, $\mathcal{R}i = 6,83$

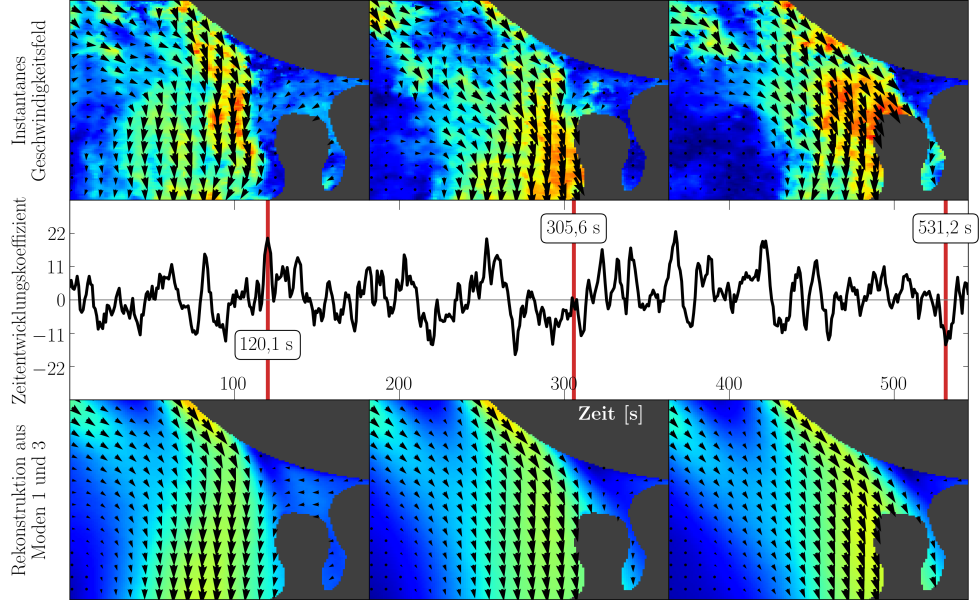


Abbildung C.11.: Ausschnitt des Zeitentwicklungskoeffizienten der Mode 3 für $\mathcal{R}i = 6,83$. Oberhalb der Zeitreihe befinden sich die instantanen Geschwindigkeitsfelder zu den mit roten Linien markierten Zeitpunkten. Unterhalb befinden sich Rekonstruktionen des Geschwindigkeitsfeldes aus den Moden 1 und 3. In den Vektorfeldern ist die Magnitude zur besseren Orientierung farblich hinterlegt.

Man erkennt, dass zum Zeitpunkt mit positivem Entwicklungskoeffizienten bei $t = 120,1\text{ s}$ der rechte Wandstrahl früher ablöst als zum Zeitpunkt mit negativem Entwicklungskoeffizienten bei $t = 531,2\text{ s}$. Für den inaktiven Zustand bei $t = 305,6\text{ s}$ ist der Wandstrahl in einem mittleren Zustand zwischen den Extremen. Für $\mathcal{R}i = 6,83$ charakterisiert die dritte Mode somit die Ablösung des rechten Wandstrahls.

Mode 4, $\mathcal{R}i = 6,83$

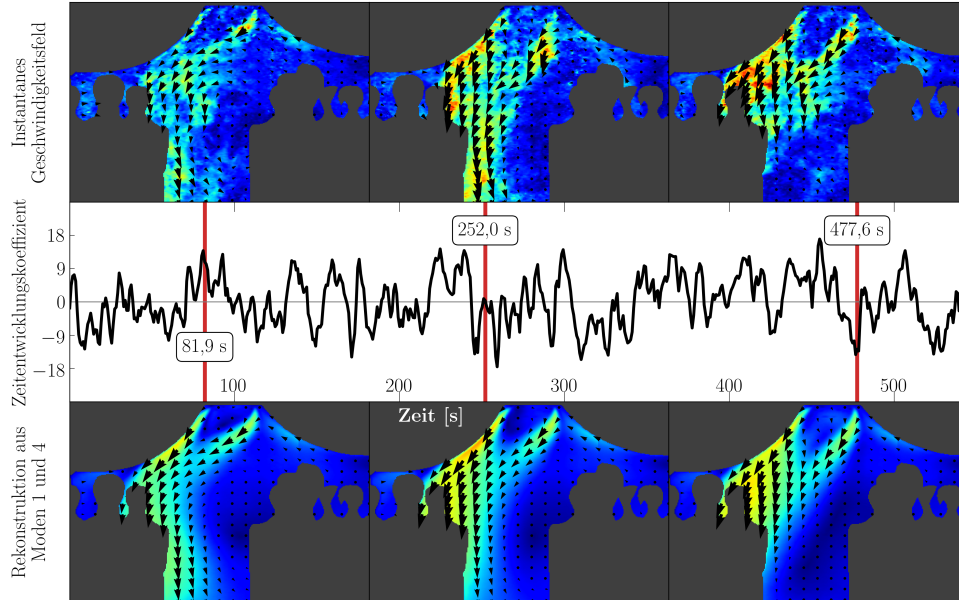


Abbildung C.12.: Ausschnitt des Zeitentwicklungskoeffizienten der Mode 4 für $\mathcal{R}i = 6,83$. Oberhalb der Zeitreihe befinden sich die instantanen Geschwindigkeitsfelder zu den mit roten Linien markierten Zeitpunkten. Unterhalb befinden sich Rekonstruktionen des Geschwindigkeitsfeldes aus den Moden 1 und 4. In den Vektorfeldern ist die Magnitude zur besseren Orientierung farblich hinterlegt.

Man erkennt, dass zum Zeitpunkt mit positivem Entwicklungskoeffizienten bei $t = 81,9\text{ s}$ die beiden wechselwirkenden Wandstrahlen in der linken Hälfte auf Höhe der Köpfe der Passagiere in Richtung Gang umgelenkt werden. Zum Zeitpunkt mit negativem Entwicklungskoeffizienten bei $t = 477,6\text{ s}$ findet keine Umlenkung statt. Für den inaktiven Zustand bei $t = 252,0\text{ s}$ ist eine geringe Umlenkung der beiden Wandstrahlen festzustellen. Für $\mathcal{R}i = 6,83$ beschreibt die vierte Mode somit die Stärke der Richtungsumlenkung der beiden linken wechselwirkenden Wandstrahlen.

Literatur

- [1] H.-E. Albrecht u. a. *Laser Doppler and Phase Doppler Measurement Techniques*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2003.
- [2] D Angirasa. „Mixed convection in a vented enclosure with an isothermal vertical surface“. In: *Fluid Dynamics Research* 26.4 (2000), S. 219.
- [3] Nadine Aubry. „On the hidden beauty of the proper orthogonal decomposition“. In: *Theoretical and Computational Fluid Dynamics* 2.5 (1991), S. 339–352.
- [4] Henri Bénard. „Les tourbillons cellulaires dans une nappe liquide“. In: *Rev. Gen. Sci. Pures Appl.* 11 (1900), S. 1261–1271.
- [5] David Bercovici. „The generation of plate tectonics from mantle convection“. In: *Earth and Planetary Science Letters* 205.3-4 (2003), S. 107–121.
- [6] G Berkooz, PJ Holmes und John Lumley. „The Proper Orthogonal Decomposition in the Analysis of Turbulent Flows“. In: *Annual Review of Fluid Mechanics* 25 (2003), S. 539–575.
- [7] Maurice Bluestein und Jack Zecher. „A new approach to an accurate wind chill factor“. In: *Bulletin of the American Meteorological Society* 80.9 (1999), S. 1893–1900.
- [8] Johannes Bosbach, Matthias Kühn und Claus Wagner. „Large scale particle image velocimetry with helium filled soap bubbles“. In: *Experiments in Fluids* 46 (März 2009), S. 539–547.
- [9] Johannes Bosbach u. a. „Measurement techniques for large scale convective air flow“. In: 2007.
- [10] Edgar Buckingham. „The principle of similitude“. In: *Nature* 96.2406 (1915), S. 396–397.

- [11] KC Cheng und T Fujii. „Heat in history Isaac Newton and heat transfer“. In: *Heat transfer engineering* 19.4 (1998), S. 9–21.
- [12] J.F.M. Doren, Renato Markovinovic und Jan-Dirk Jansen. „Reduced-order optimal control of water flooding using POD“. In: *Computational Geosciences* 10 (März 2006), S. 137–158.
- [13] Michael G Dunn. „Convective heat transfer and aerodynamics in axial flow turbines“. In: *J. Turbomach.* 123.4 (2001), S. 637–686.
- [14] BF Feeny und R Kappagantu. „On the physical interpretation of proper orthogonal modes in vibrations“. In: *Journal of sound and vibration* 211.4 (1998), S. 607–616.
- [15] Ritesh Gaur u. a. „Thermal design and analysis of nozzle guide vane of a typical turbine stage“. In: Jan. 2010.
- [16] Laurent Graftieaux, Marc Michard und Nathalie Grosjean. „Combining PIV, POD and vortex identification algorithms for the study of unsteady turbulent swirling flows“. In: *Measurement Science and Technology* 12 (2001), S. 1422.
- [17] Kenneth Hall, Jeffrey Thomas und E.H. Dowell. „Proper orthogonal decomposition technique for transonic unsteady aerodynamic flows“. In: *AIAA Journal* 38 (Jan. 2000), S. 1853–1862.
- [18] *Helium-filled soap bubble generator*. <https://www.lavision.de/en/downloads/flyer/index.php>. Accessed: 2020-02-25.
- [19] Philip Holmes u. a. *Turbulence, Coherent Structures, Dynamical Systems and Symmetry*. 2012.
- [20] Igor V Igumenshchev und Marek A Abramowicz. „Rotating accretion flows around black holes: convection and variability“. In: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 303.2 (1999), S. 309–320.
- [21] *Innertropische Konvergenzzone*. <https://earthobservatory.nasa.gov/images/703/the-intertropical-convergence-zone>. Accessed: 2020-04-4.

-
- [22] Jae-Weon Jeong und Stanley A Mumma. „Ceiling radiant cooling panel capacity enhanced by mixed convection in mechanically ventilated spaces“. In: *Applied Thermal Engineering* 23.18 (2003), S. 2293–2306.
- [23] Jinhee Jeong und Fazle Hussain. „Hussain, F.: On the identification of a vortex. JFM 285, 69-94“. In: *Journal of Fluid Mechanics* 285 (Feb. 1995), S. 69 –94.
- [24] Orest Daniilovich Khvol'son. *Lehrbuch der Physik*. Bd. 3. 1905.
- [25] Pascal Lange u. a. „Low-cost Thermal Manikin-A Competitive Instrument to Simulate Thermal Loads and to Determine Thermal Passenger Comfort“. In: *12th International Manikin and Modelling Meeting 2018*. 2018.
- [26] J. Lazier u. a. „Convection and restratification in the Labrador Sea, 1990-2000“. In: *Deep Sea Research Part I: Oceanographic Research Papers* 49 (Okt. 2002).
- [27] C-H Lin u. a. „Numerical Simulation of Airflow and Airborne Pathogen Transport in Aircraft Cabins–Part I: Numerical Simulation of the Flow Field.“ In: *ASHRAE transactions* 111.1 (2005).
- [28] Zhang Lin u. a. „Comparison of performances of displacement and mixing ventilations. Part I: thermal comfort“. In: *International journal of refrigeration* 28.2 (2005), S. 276–287.
- [29] Sumei Liu u. a. „Thermal environment around passengers in an aircraft cabin“. In: *HVAC&R Research* 19.5 (2013), S. 627–634.
- [30] J.L. Lumley. *Stochastic Tools in Turbulence*. 2007.
- [31] JL Lumley. „The structure of inhomogeneous turbulence. Atmospheric Turbulence and Wave Propagation“. In: *AM Yaglom, VI Tatarski* (1967), S. 166–178.
- [32] John L Lumley. „Coherent structures in turbulence“. In: *Transition and turbulence*. Elsevier, 1981, S. 215–242.
- [33] Mami Machida, Ryoji Matsumoto und Shin Mineshige. „Convection-dominated, magnetized accretion flows into black holes“. In: *Publications of the Astronomical Society of Japan* 53.1 (2001), S. L1–L4.

- [34] Dirk Mueller, B Müller und Ulrich Renz. „Three-dimensional particle-streak tracking (PST) velocity measurements of a heat exchanger inlet flow. A new method to measure all three air-flow velocity components in a plane is applied to a steady-state three-dimensional flow“. In: *Experiments in Fluids* 30 (2001), S. 645–656.
- [35] Riaz Muhammad u. a. „Fully developed Darcy-Forchheimer mixed convective flow over a curved surface with activation energy and entropy generation“. In: *Computer Methods and Programs in Biomedicine* 188 (2020), S. 105298.
- [36] Wilhelm Nusselt. *Das Grundgesetz des Wärmeüberganges*. 1915.
- [37] Herbert Oertel. „Konvektive Wärme-und Stoffübertragung“. In: *Prandtl-Führer durch die Strömungslehre*. Springer, 2017, S. 423–475.
- [38] Randall Osczevski und Maurice Bluestein. „The new wind chill equivalent temperature chart“. In: *Bulletin of the American Meteorological Society* 86.10 (2005), S. 1453–1458.
- [39] F Penot. „Numerical calculation of two-dimensional natural convection in isothermal open cavities“. In: *Numerical Heat Transfer, Part A Applications* 5.4 (1982), S. 421–437.
- [40] *PIVView 2.4 Benutzeranleitung*. http://www.pivtec.com/download/docs/PIVview_v24_Manual.pdf. Accessed: 2020-05-09.
- [41] Rudolph W Preisendorfer und Curtis D Mobley. „Principal component analysis in meteorology and oceanography“. In: *Developments in atmospheric science* 17 (1988).
- [42] M Raffel, Christian Willert und Juergen Kompenhans. *Particle Image Velocimetry: A Practical Guide*. 1998.
- [43] Lord Rayleigh. „LIX. On convection currents in a horizontal layer of fluid, when the higher temperature is on the under side“. In: *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science* 32.192 (1916), S. 529–546.

-
- [44] Monika Rhein u. a. „Ventilation variability of Labrador Sea Water and its impact on oxygen and anthropogenic carbon: A review“. In: *Philosophical Transactions of The Royal Society A Mathematical Physical and Engineering Sciences* 375 (Aug. 2017).
- [45] T. G. Ritto, F. S. Buezas und Rubens Sampaio. „Proper orthogonal decomposition for model reduction of a vibroimpact system“. In: *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering* 34 (Sep. 2012), S. 330–340.
- [46] Gerald Schubert, Donald Lawson Turcotte und Peter Olson. *Mantle convection in the Earth and planets*. Cambridge University Press, 2001.
- [47] Lawrence Sirovich. „Turbulence and the dynamics of coherent structures. I - Coherent structures. II - Symmetries and transformations. III - Dynamics and scaling“. In: *Quarterly of Applied Mathematics* 45 (1987).
- [48] D.J. Tritton. *Physical fluid dynamics*. 1988.
- [49] R Verzicco und KR Sreenivasan. „A comparison of turbulent thermal convection between conditions of constant temperature and constant heat flux“. In: *Journal of fluid mechanics* 595 (2008), S. 203–219.
- [50] Andreas Westhoff. „Spatial Scaling of Large-Scale Circulations and Heat Transport in turbulent Mixed Convection“. Diss. 2013.
- [51] Wei Yan u. a. „Experimental and CFD study of unsteady airborne pollutant transport within an aircraft cabin mock-up“. In: *Building and Environment* 44.1 (2009), S. 34–43.
- [52] C Yücel u. a. „Mixed convection heat transfer in open ended inclined channels with discrete isothermal heating“. In: *Numerical Heat Transfer, Part A: Applications* 24.1 (1993), S. 109–126.
- [53] Zhiqiang John Zhai u. a. „Evaluation of various turbulence models in predicting airflow and turbulence in enclosed environments by CFD: Part 1—Summary of prevalent turbulence models“. In: *Hvac&R Research* 13.6 (2007), S. 853–870.

- [54] Christoph Zürcher und Thomas Frank. *Bauphysik: Bau und Energie*. Vdf Hochschulverlag, 2018.